



**Kamratföreningen
Blå Dragoner,
Umeå Skvadron**

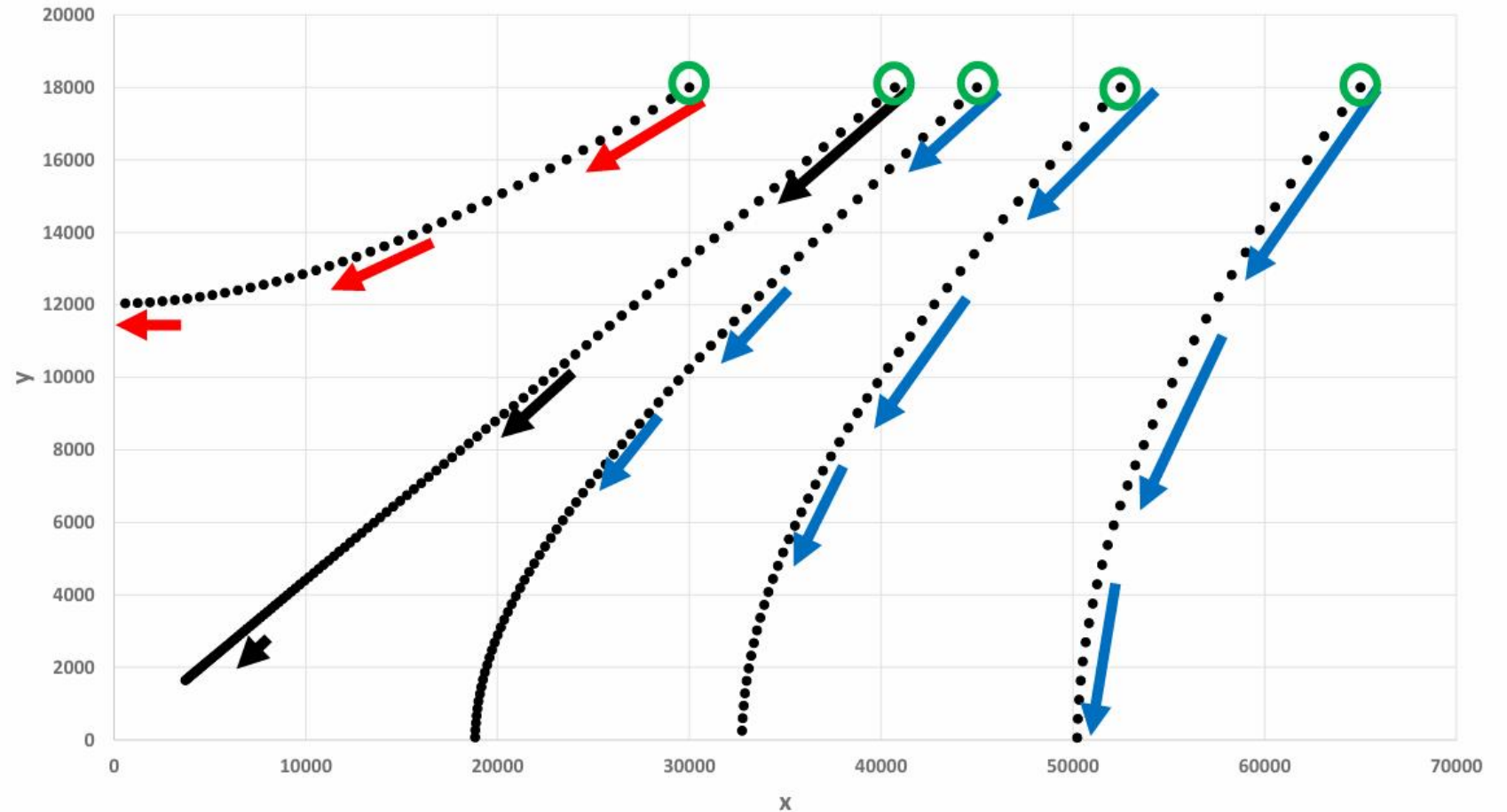
*Torsdagen den 27 Mars,
2025*



Peter Lohmander

Optimal Utnötning

från Iwo Jima till Ukraina samt Framtiden



Följande frågor kommer att besvaras:

Förutsättning 1:

Du vill till varje pris ta över och därefter behärska ett område som fienden nu behärskar. Fienden har y_0 soldater som försvarar området.

Du är beredd att offra samtliga egna soldater och dessutom beredd att vänta hur länge som helst på att ta över kontrollen av området.

Fråga 1:

Hur stor truppstyrka, x_0 , måste Du minst skicka för att anfälla ?

Förutsättning 2:

Du vill till varje pris ta över och därefter behärska ett område som fienden nu behärskar. Fienden har y_0 soldater som försvarar området.

Du är beredd att offra samtliga egna soldater och dessutom beredd att vänta hur länge som helst på att ta över kontrollen av området.

Fråga 2:

Hur lång tid tar det att ta kontroll över området om Du skickar olika stora truppstyrkor, x_0 , för att anfälla ?

Förutsättning 3:

Du vill till varje pris ta över och därefter behärska ett område som fienden nu behärskar. Fienden har y_0 soldater som försvarar området.

Du är beredd att offra samtliga egna soldater och dessutom beredd att vänta hur länge som helst på att ta över kontrollen av området.

Fråga 3:

Hur många egna soldater måste Du offra (egna förluster) för att ta kontroll över området om Du skickar olika stora truppstyrkor, x_0 , för att anfälla ?

Förutsättning 4:

Du överväger att ta över och därefter behärska ett område som fienden nu behärskar.

Fienden har y_0 soldater som försvarar området.

Kostnaden för Din anfallsstyrka, beror på antalet soldater, x_0 .

Värdet av att behärska området beror på hur länge Du måste vänta på att få kontrollen.

Kostnaderna för egna förluster beror på hur många soldater Du förlorar.

Fråga 4:

Hur stor truppstyrka, x_0 , är det optimalt att skicka för att anfälla ?

Förutsättning 5:

Ett demokratiskt land i Europa, U, angrips oprovocerat av ett grannland, R.

En koalition av andra Europeiska länder, E, vill hjälpa U och samtidigt genomföra utnötning av de militära resurserna i R, så att inte R kan angripa andra länder i Europa.

E vill inte medverka med trupp i U men kan skicka vapen och ammunition.

Fråga 5:

Hur mycket vapen och ammunition bör E skänka till U vid olika tidpunkter?

Innehåll:

- Slaget vid Iwo Jima (Stilla havet under andra världskriget).
- Rysslands anfallskrig mot Ukraina (2022 - ...).
- Optimal storlek på trupp att skickas till ett slagfält.

Föreläsningen grundas på nyligen publicerade vetenskapliga artiklar och föredrag:

- Iwo Jima: Styrkor från USA och Japan, på en ö, utan förstärkningar efter dag 6. En ny publicerad matematisk och statistisk analys (1) med föredrag (2) förklarar hela slagets dynamik.
- Ukraina: Styrkor från Ryssland och Ukraina, med dynamiska förstärkningar från understödjande länder. Ny publicerad matematisk analys (3) förklarar hur optimalt vapenstöd dynamiskt fördelas över tiden.
- Optimering av strategier vid Iwo Jima och liknande slag, under olika förutsättningar. En ny publicerad matematisk analys (5) med föredrag (4) förklarar hur man kan bestämma den optimala storleken på den trupp som skickas till ett slagfält.

OBS!

Denna presentation inkluderar figurer, formler, resultat och exempel. Dessa grundas på matematiska modeller, matematiska bevis samt statistiska uppgifter, grundligt redovisade i de publicerade artiklarna med länkar.

Referenser med weblänkar:

#1.

Lohmander, P., Attrition coefficient estimations via differential equation systems, initial and terminal conditions, and nonlinear iterative equation system solutions,

Journal of Statistics and Computer Science, Vol. 3, Issue 1, 2024, pp. 51-78. (Published by ARF India.)

https://www.lohmander.com/PL_Attrition_24.pdf

#2.

Lohmander, P., Attrition coefficient estimations via differential equation systems, initial and terminal conditions, and nonlinear iterative equation system solutions,

WSTA-2024, Recent Trends in Statistical Theory and Applications-2024 (WSTA-2024)

June 29 – July 02, 2024, Invited Talk. Organized by the Department of Statistics, School of Physical and Mathematical Sciences, University of Kerala, Trivandrum in association

with Indian Society for Probability and Statistics (ISPS) and Kerala Statistical Association (KSA).

http://www.Lohmander.com/PL_WSTA_2024.pdf

http://www.Lohmander.com/PL_WSTA_2024.pptx

Referenser med weblänkar:

#3.

Lohmander, P., Optimal Dynamic Control of Proxy War Arms Support, *Automation*, 2023, 4, 31-56. (Published by MDPI Journals, Zürich, Switzerland.)

<https://doi.org/10.3390/automation4010004>

<https://www.mdpi.com/2673-4052/4/1/4>

http://www.lohmander.com/PL_Proxy_Auto_23.pdf

#4.

Lohmander, P., Optimal deployment, ICSTC-2024, Tenth International Conference on Statistics for the Twenty-First Century, December 13 - 16, 2024, Special Invited Talk, Organized by International Statistics Fraternity (ISF) in collaboration with the Department of Statistics, University of Kerala and School of Physical and Mathematical Sciences at the University of Kerala and the American Statistical Association.

http://www.Lohmander.com/PL_ICSTC_2024.pdf

http://www.Lohmander.com/PL_ICSTC_2024.pptx

Referenser med weblänkar:

- #5.
Lohmander, P., Optimal Deployment, *Mathematics and Systems Science*, 2025, 3(1), 3055.
(Published by Asia Pacific Academy of Science Pte. Ltd., Singapore.)
<http://doi.org/10.54517/mss3055>
<http://www.lohmander.com/PLMSS25.pdf>

Lanchester's differentialekvationssystem:

Förlust per
tidsenhet

Utnötnings-
koefficient

$$\begin{cases} \dot{x} = -ay & (1.a) \\ \dot{y} = -bx & (1.b) \end{cases}$$

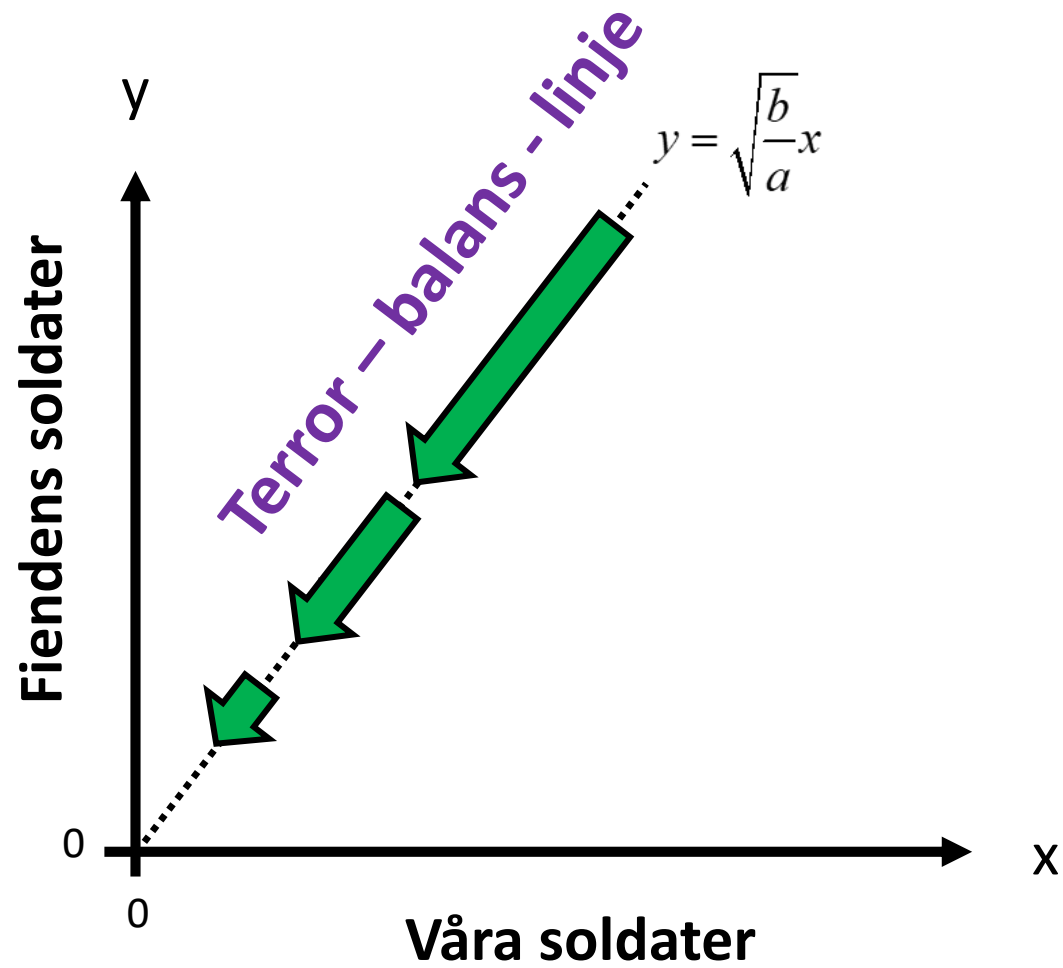
Förlust per
tidsenhet

Utnötnings-
koefficient

$$a > 0, b > 0, x > 0, y > 0$$

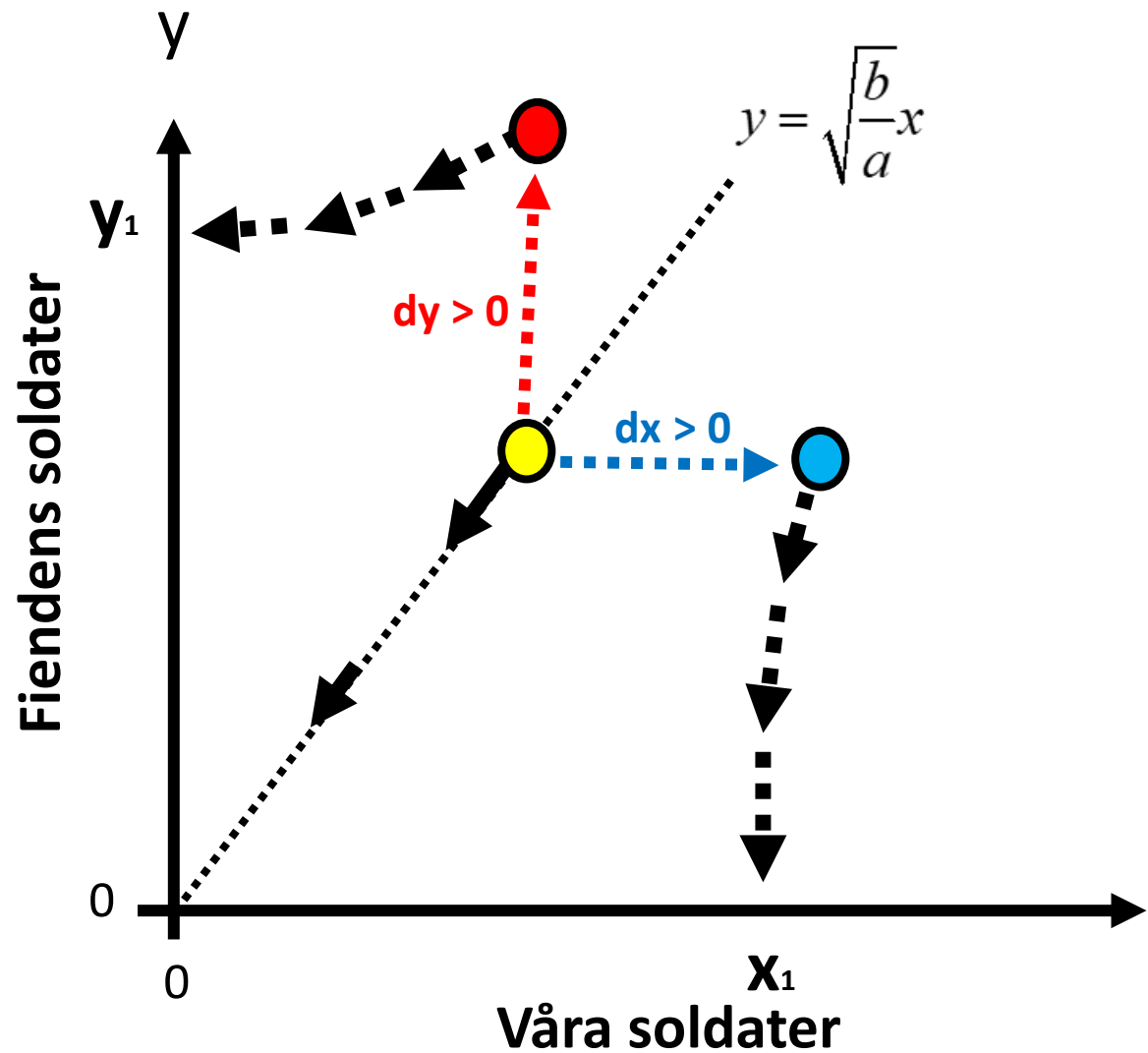
x = Våra soldater

y = Fiendens soldater



$$y = \sqrt{\frac{b}{a}}x$$

$$x = \sqrt{\frac{a}{b}}y$$

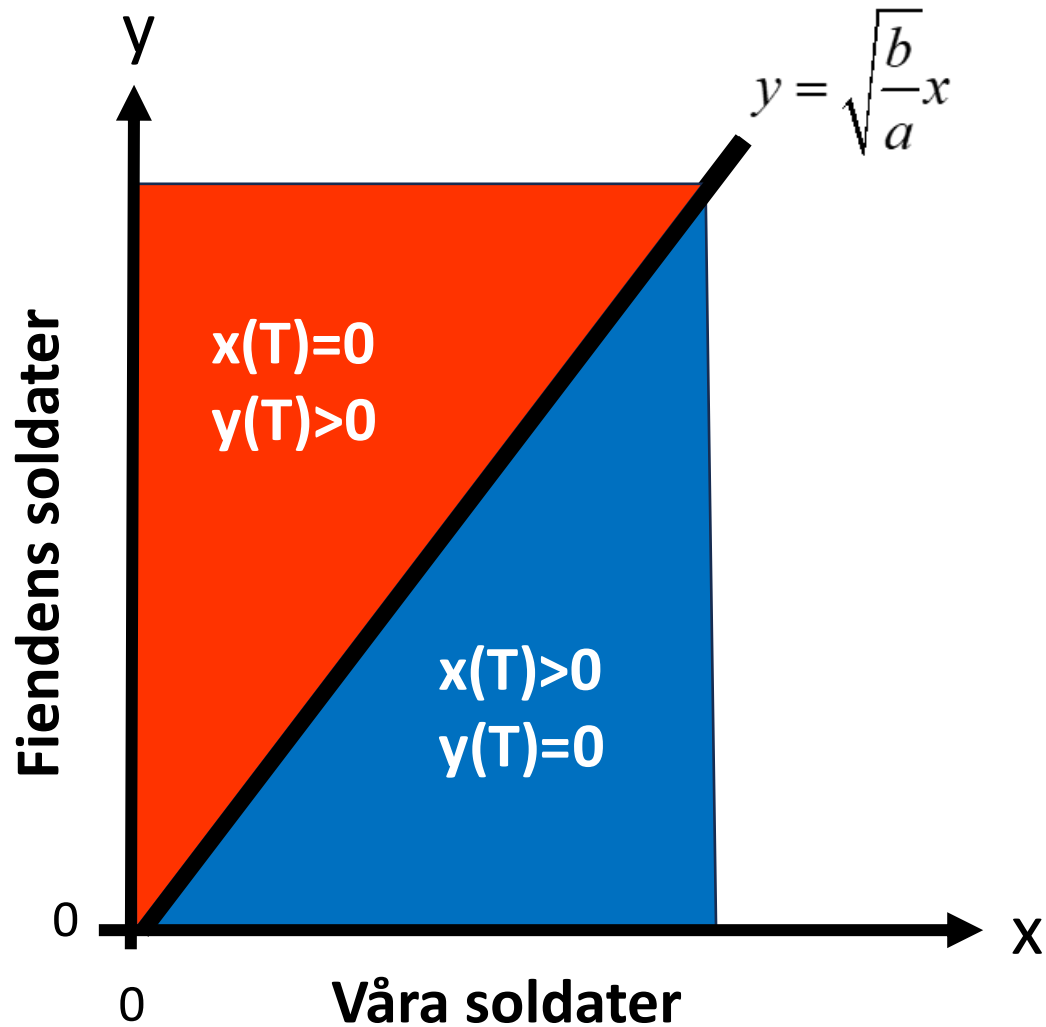


Figur 3.

**Avvikelser från
terror-balans-linjen**

$$y = \sqrt{\frac{b}{a}}x$$

**medför att (x, y) inte
går mot origo = $(0,0)$.**



Figur 4.

T är tidpunkten när striden avslutas.

$$x > 0 \ \& \ y = 0$$

eller

$$x = 0 \ \& \ y > 0$$

eller

$$x = 0 \ \& \ y = 0.$$

Om vi vid något tillfälle finns i blå sektor, så vinner vi.

Om vi vid något tillfälle finns i röd sektor, så vinner fienden.

Förutsättning 1:

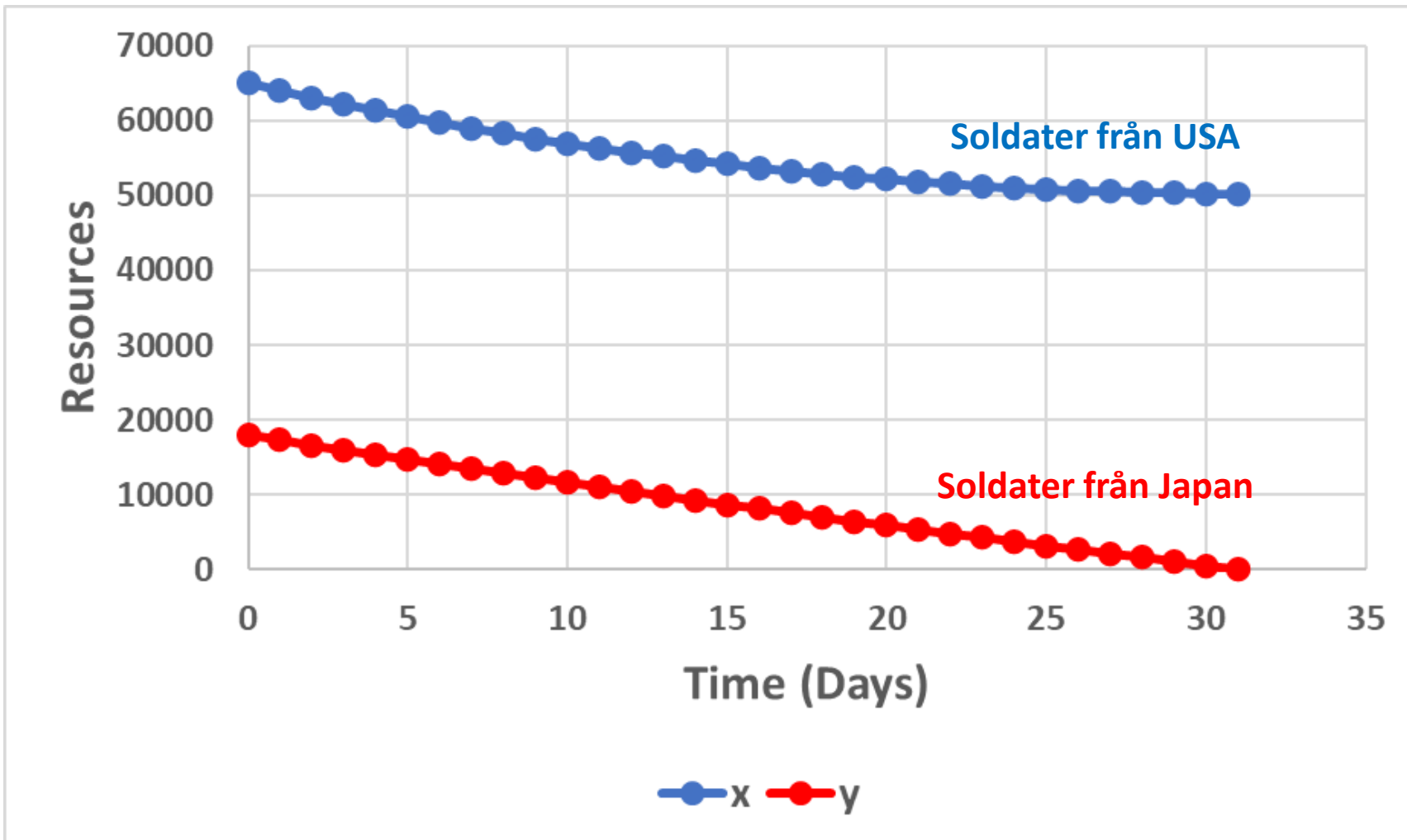
Du vill till varje pris ta över och därefter behärska ett område som fienden nu behärskar. Fienden har y_0 soldater som försvarar området.

Du är beredd att offra samtliga egna soldater och dessutom beredd att vänta hur länge som helst på att ta över kontrollen av området.

Fråga 1:

Hur stor truppstyrka, x_0 , måste Du minst skicka för att anfalla ?

Svar 1:
$$x_0 = \sqrt{\frac{a}{b}} y_0$$



Siffror från slaget på Iwo Jima, 1945:

0.05347



$$\left\{ \begin{array}{l} \cdot \\ x = -ay \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \cdot \\ y = -bx \end{array} \right.$$



0.01045

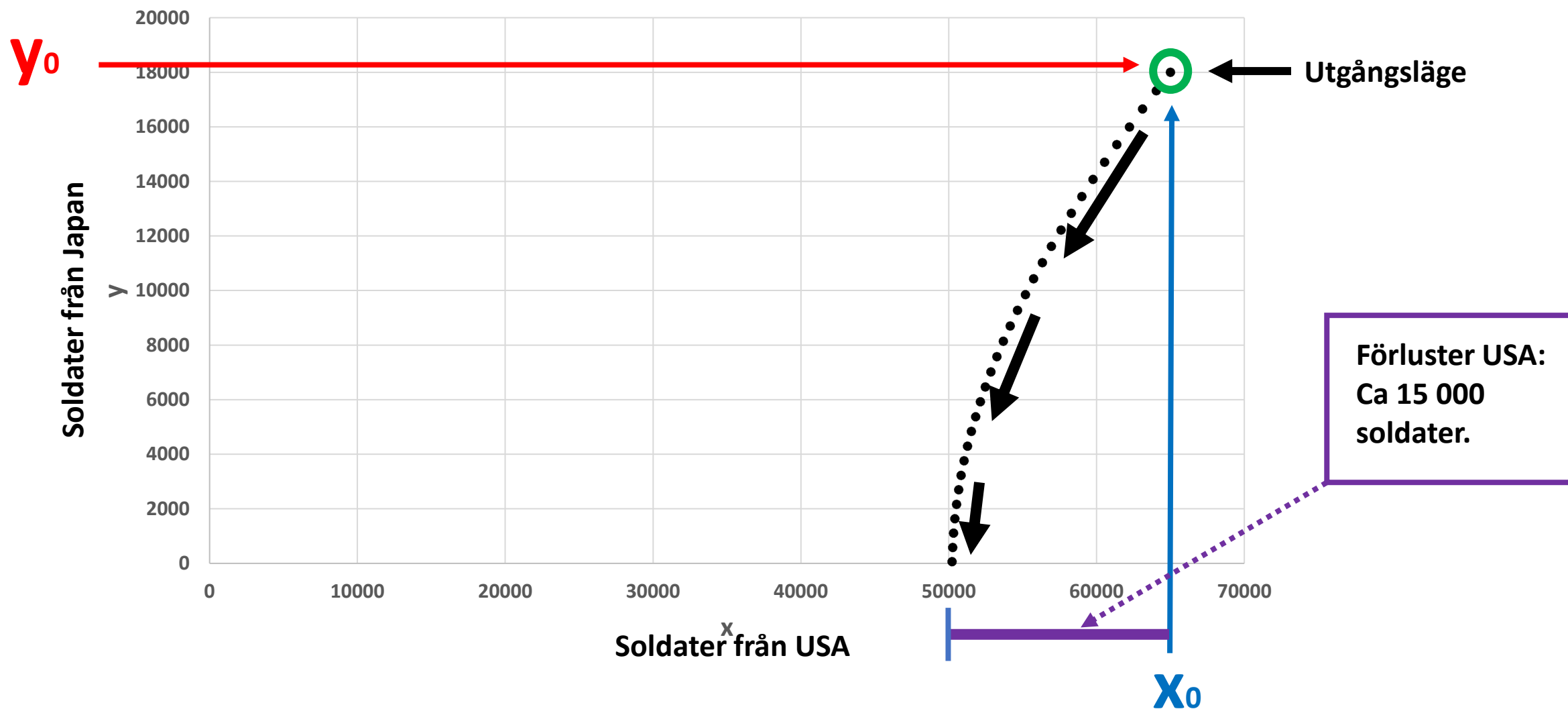
Source:

Lohmander, P., Attrition coefficient estimations via differential equation systems, initial and terminal conditions, and nonlinear iterative equation system solutions,

Journal of Statistics and Computer Science, Vol. 3, Issue 1, 2024, pp. 51-78.

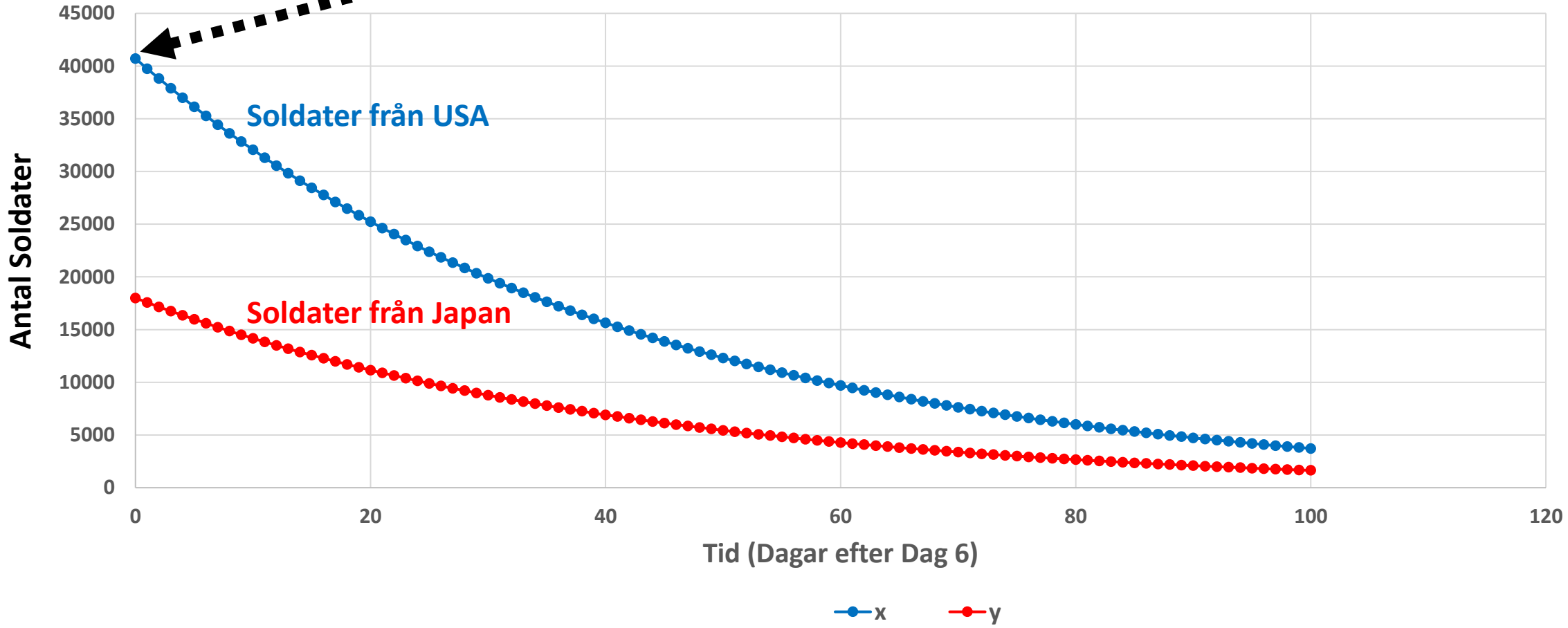
<https://www.arfjournals.com/jscs/issue/322>

[https://www.arfjournals.com/image/catalog/Journals%20Papers/JSCS/2024/No%201%20\(2024\)/ART_4.pdf](https://www.arfjournals.com/image/catalog/Journals%20Papers/JSCS/2024/No%201%20(2024)/ART_4.pdf)



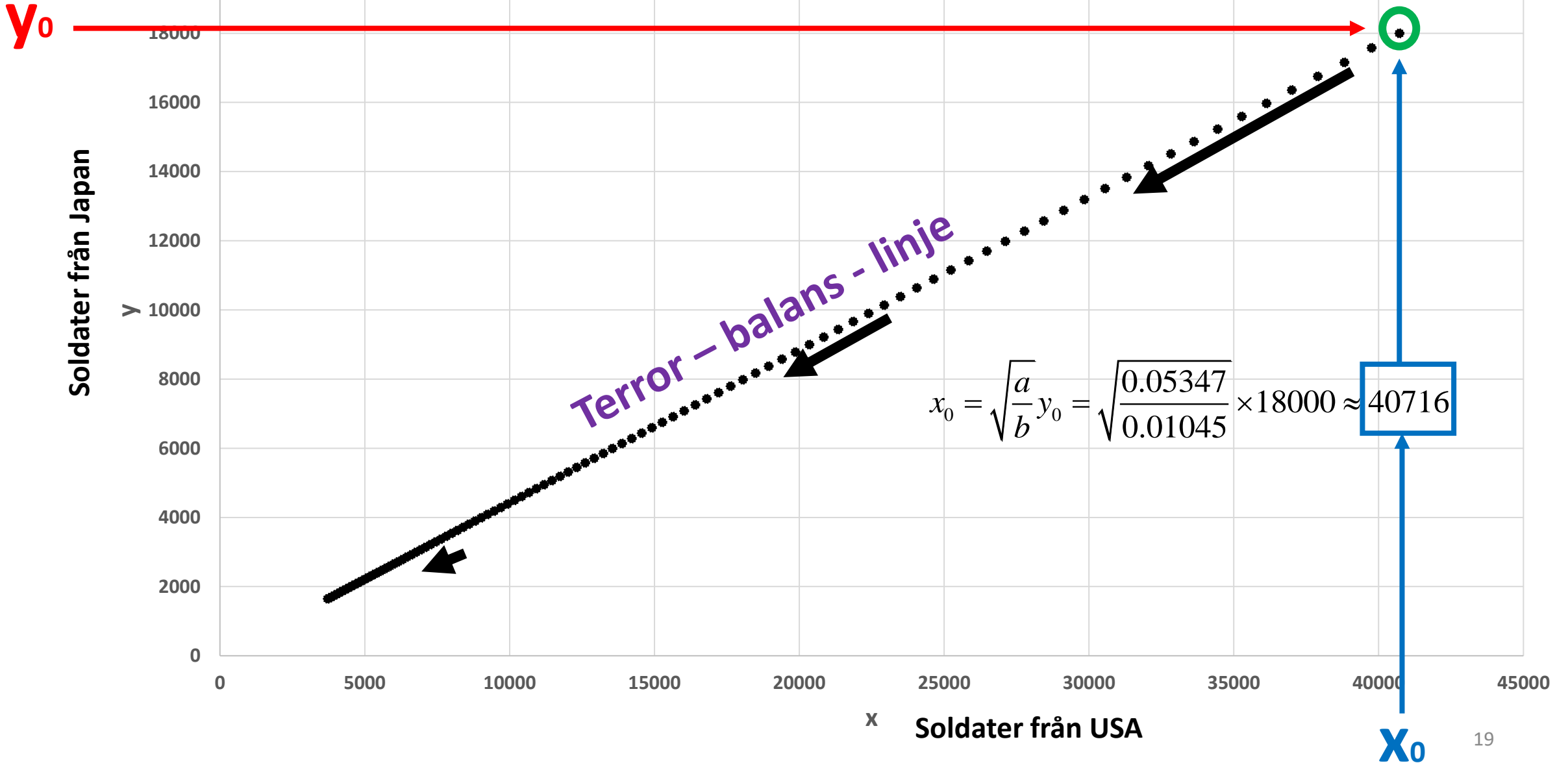
Utvecklingen på Iwo Jima, 1945, från och med dag 6, när alla trupper från USA hade landsatts på Iwo Jima, enligt verkliga siffror från krigsdagböcker, samt enligt Lohmander #1 och #2.

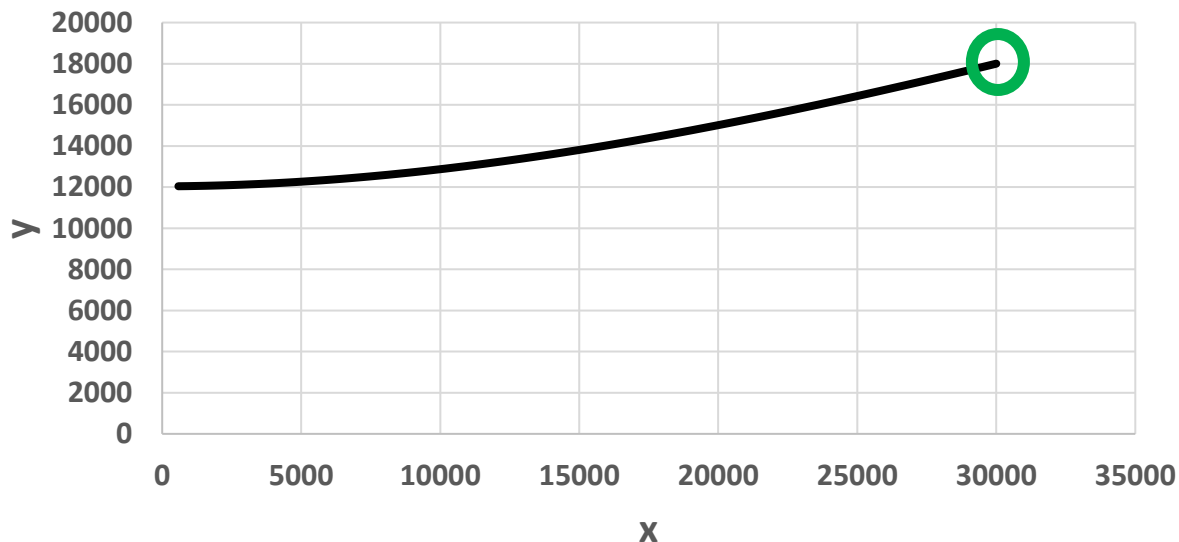
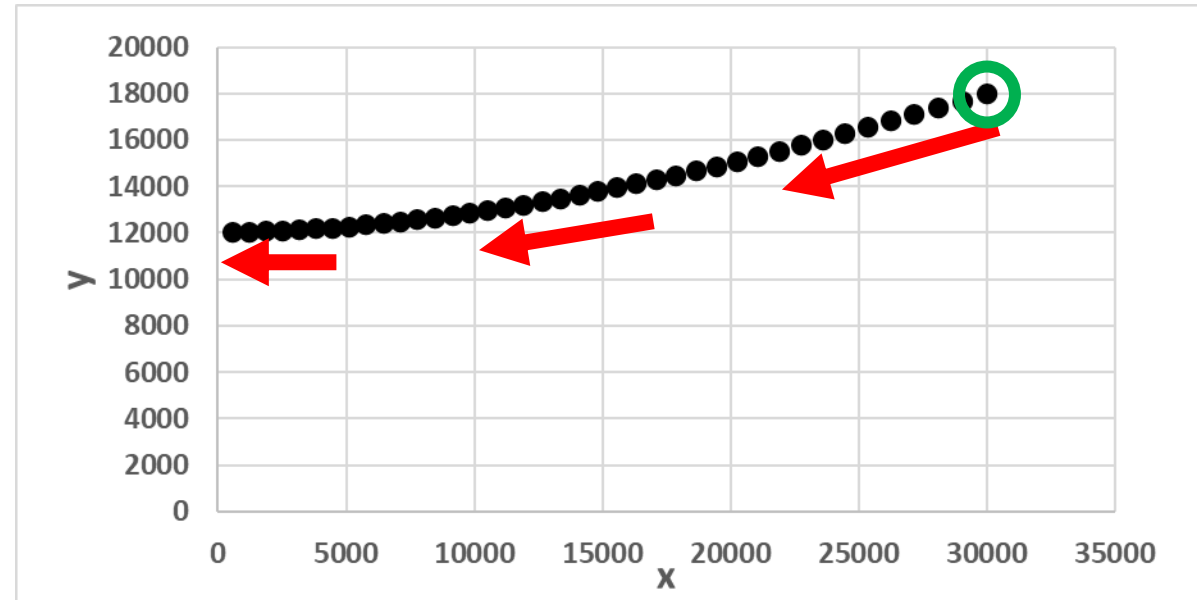
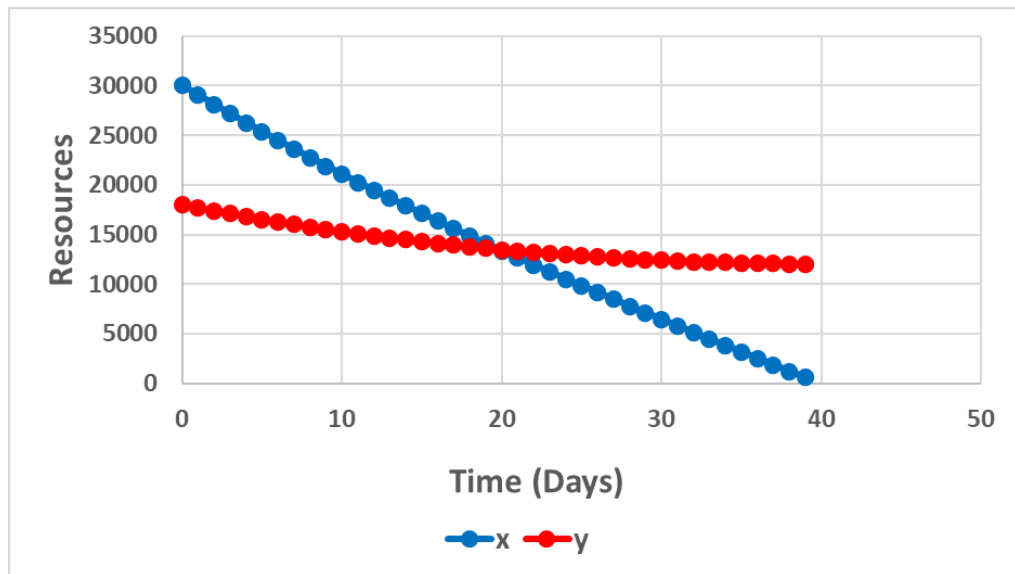
$$x_0 = \sqrt{\frac{a}{b}} y_0 = \sqrt{\frac{0.05347}{0.01045}} \times 18000 \approx 40716$$



Utvecklingen på Iwo Jima, 1945, från och med dag 6, när alla trupper från USA hade landsatts på Iwo Jima, om USA skulle ha landsatt 40 716 soldater, d.v.s. lagt sig på terror-balans-linjen.

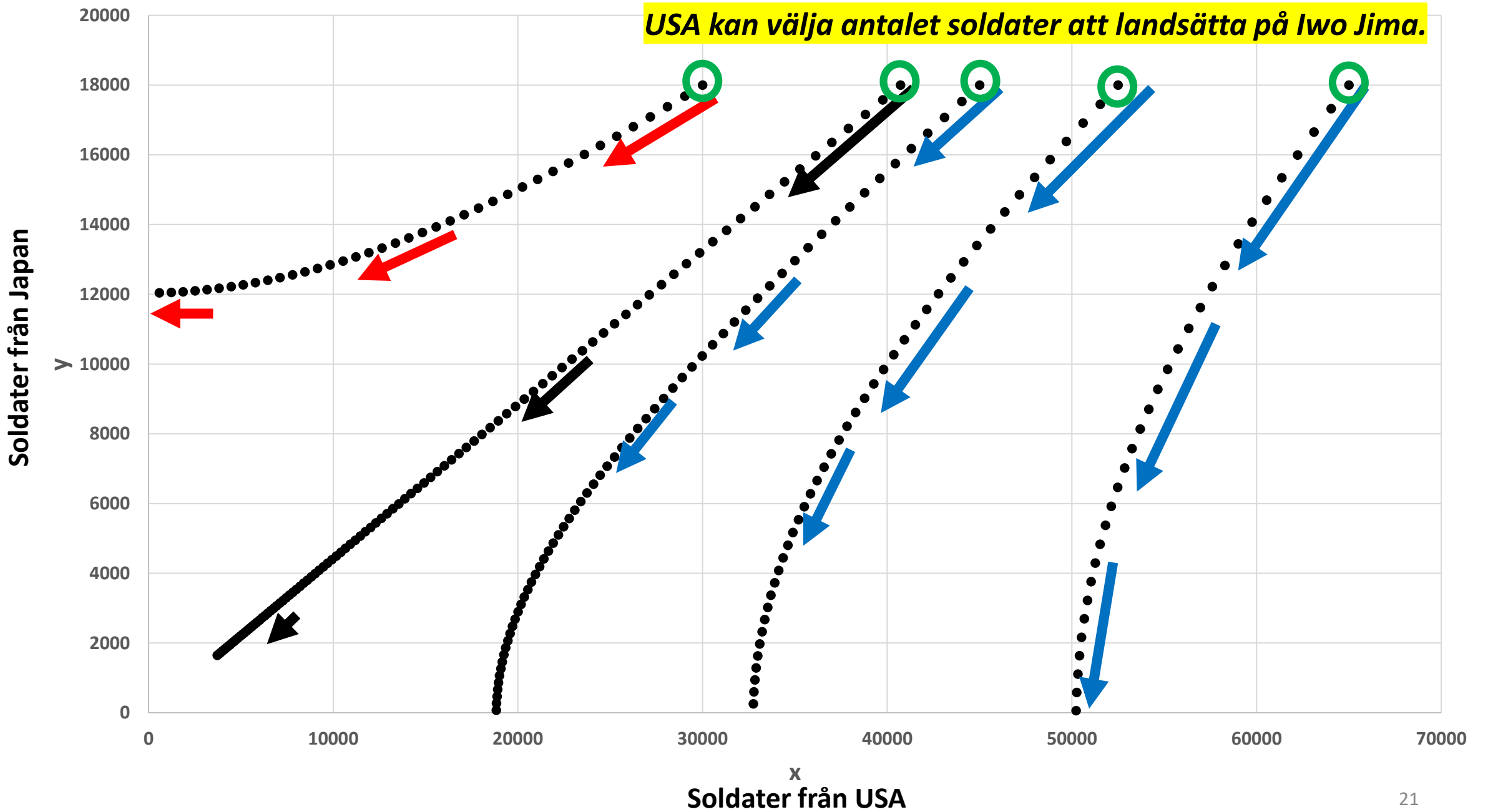
Utvecklingen på Iwo Jima, 1945, från och med Dag 6, när alla trupper från USA hade landsatts på Iwo Jima, om USA skulle ha landsatt 40 716 soldater, d.v.s. lagt sig på terror-balans-linjen. Då skulle striderna ta extremt lång tid och alla soldater, på båda sidor, skulle bekämpas.



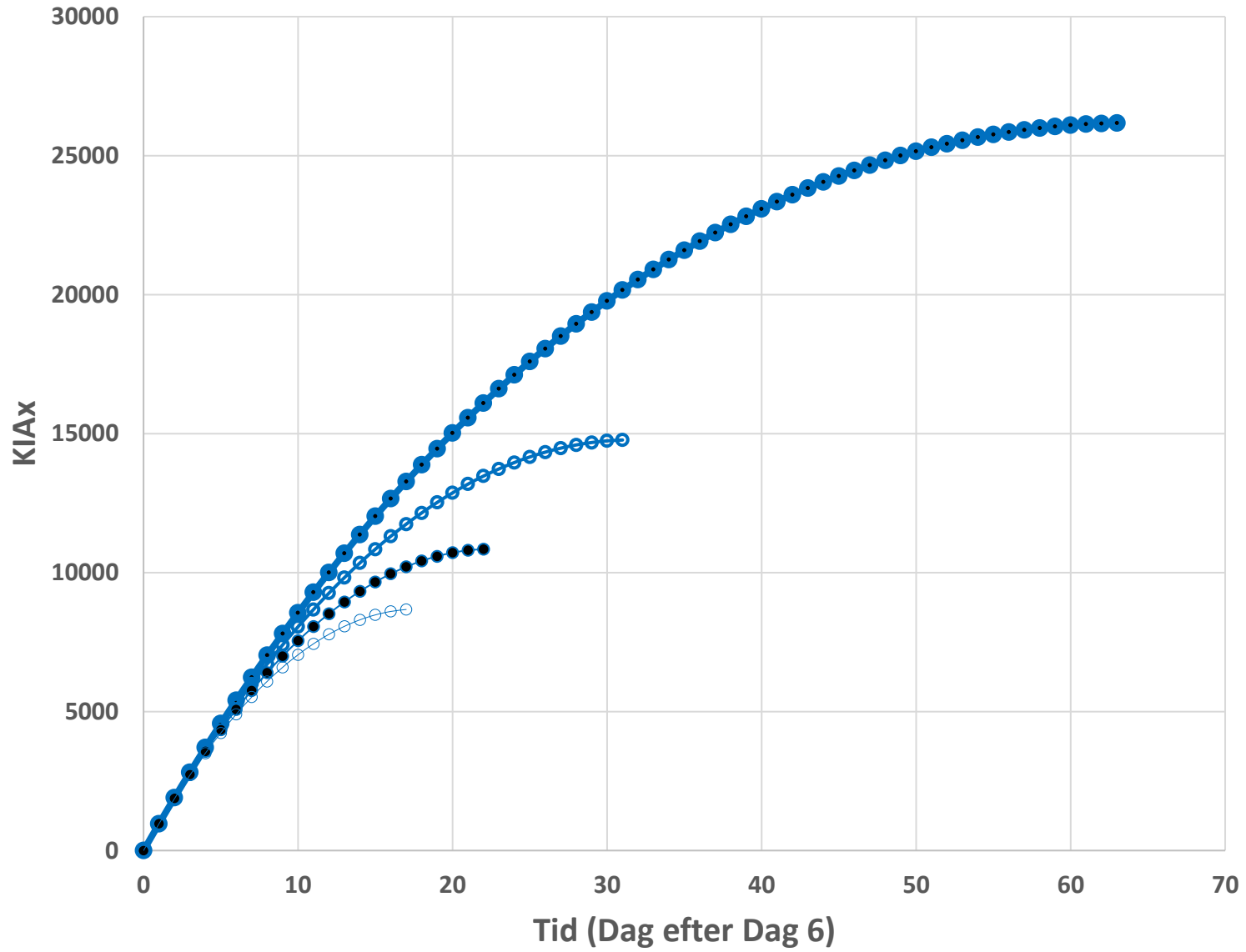


Utvecklingen på Iwo Jima, 1945, från och med Dag 6, när alla trupper från USA hade landsatts på Iwo Jima, om USA skulle ha landsatt 30 000 soldater, d.v.s. skickat färre soldater än vad som krävdes av terror-balans-linjen.

Då skulle Japan ha haft 12 000 soldater kvar när USA skulle ha varit helt utan soldater.



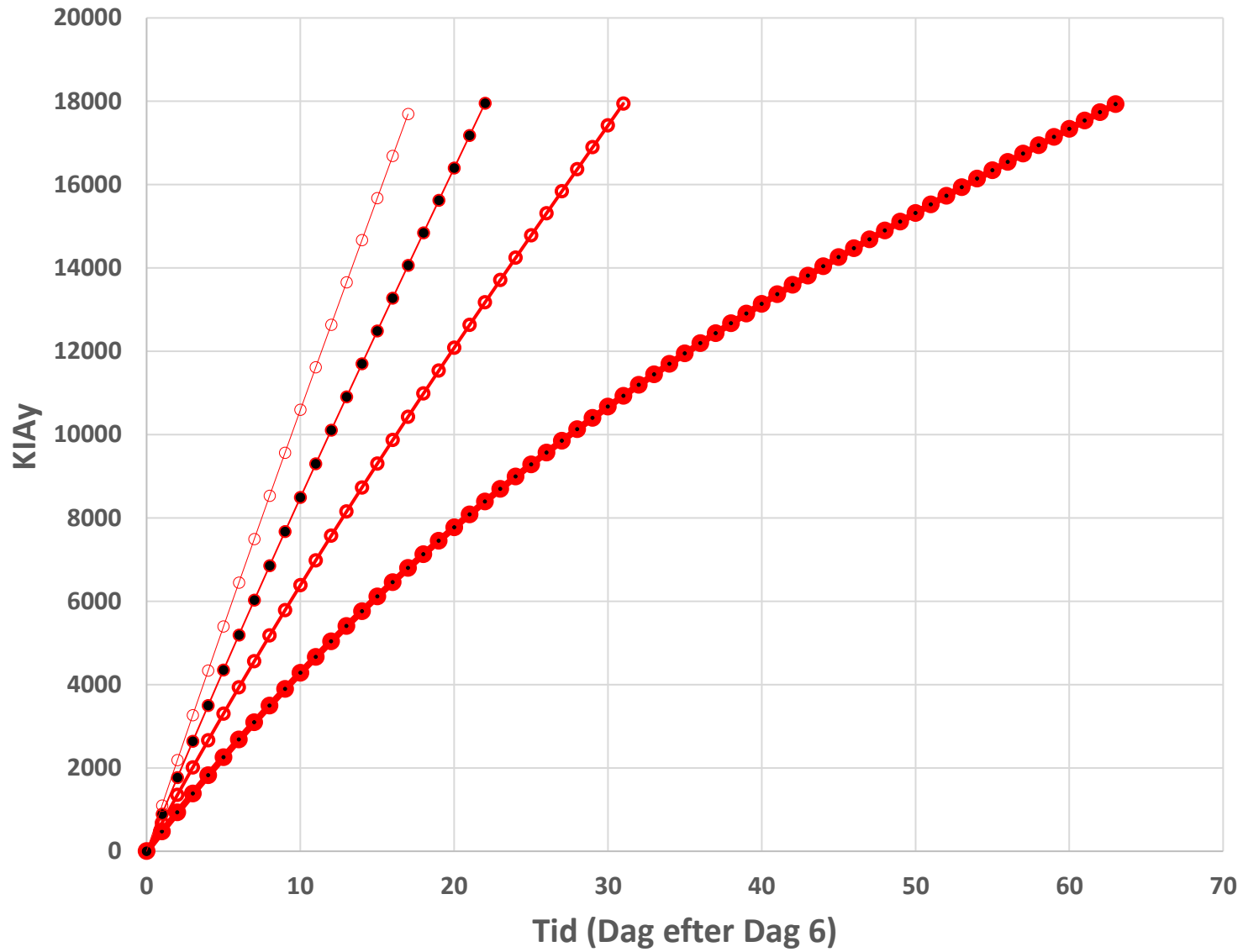
Totala förluster för USA, till och med olika tidpunkter



● KIAx(45) ● KIAx(65) ● KIAx(85) ● KIAx(105)

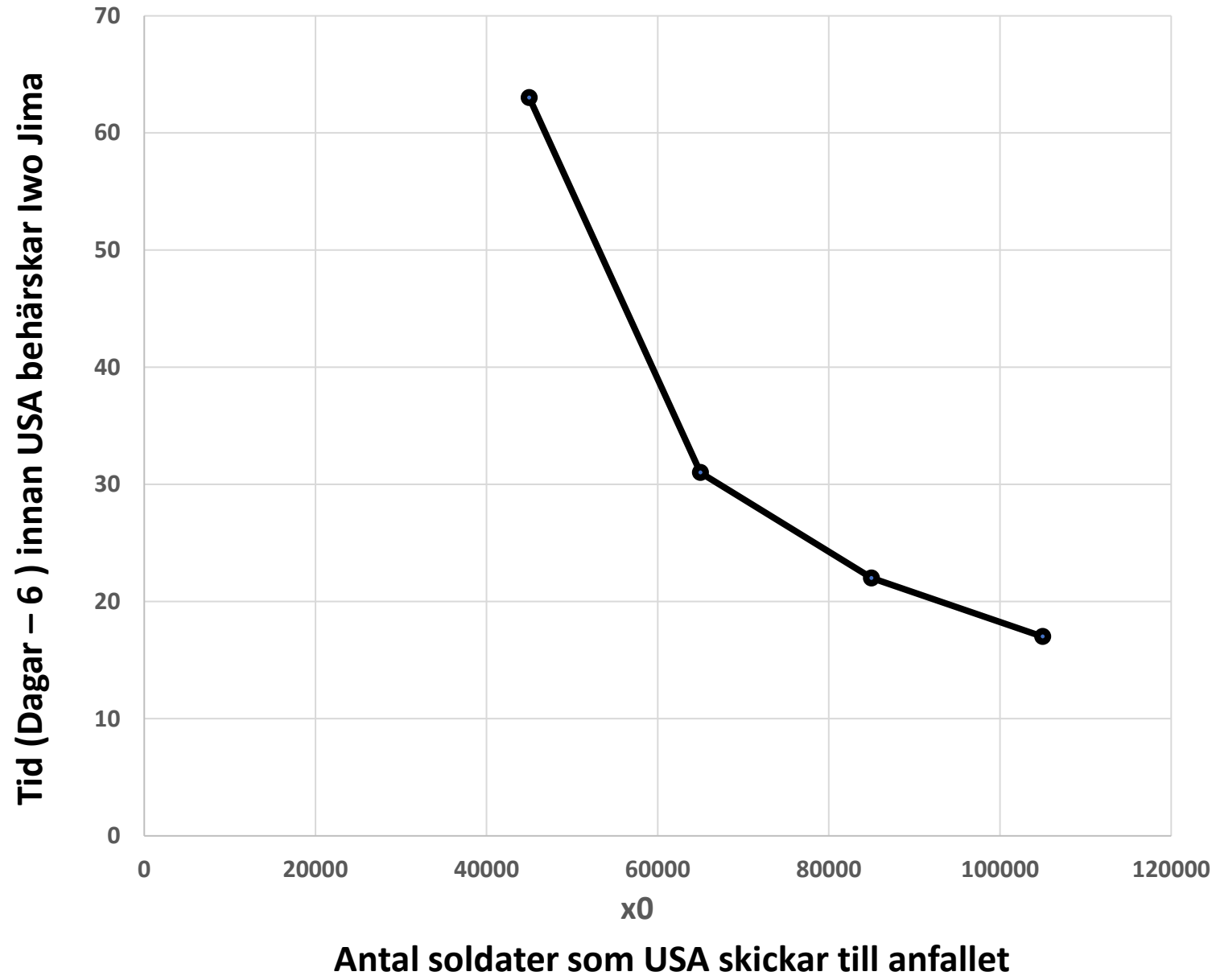


Totala förluster för Japan, till och med olika tidpunkter



● KIAy(45) ○ KIAy(65) ● KIAy(85) ○ KIAy(105)



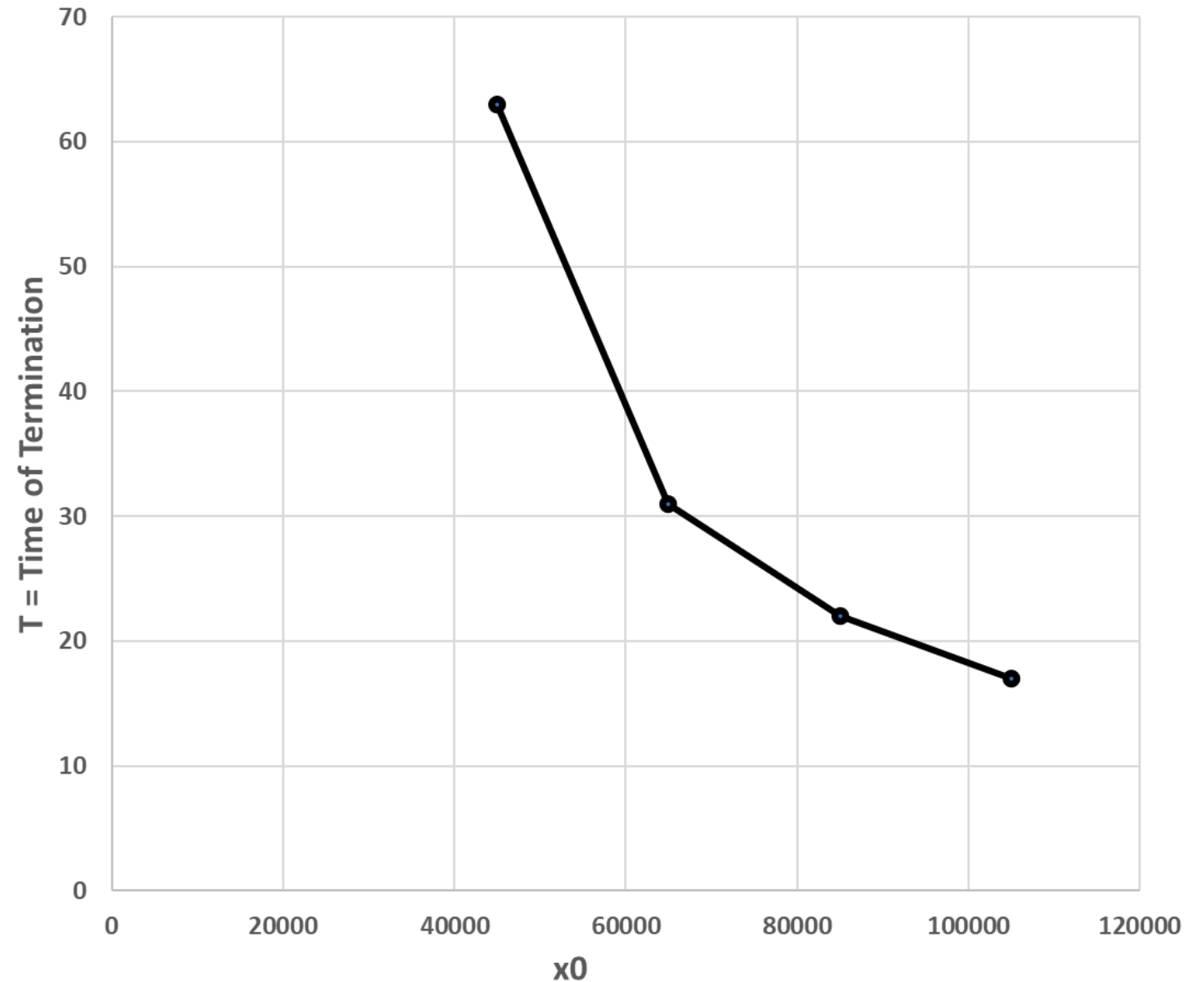


Fråga 2:

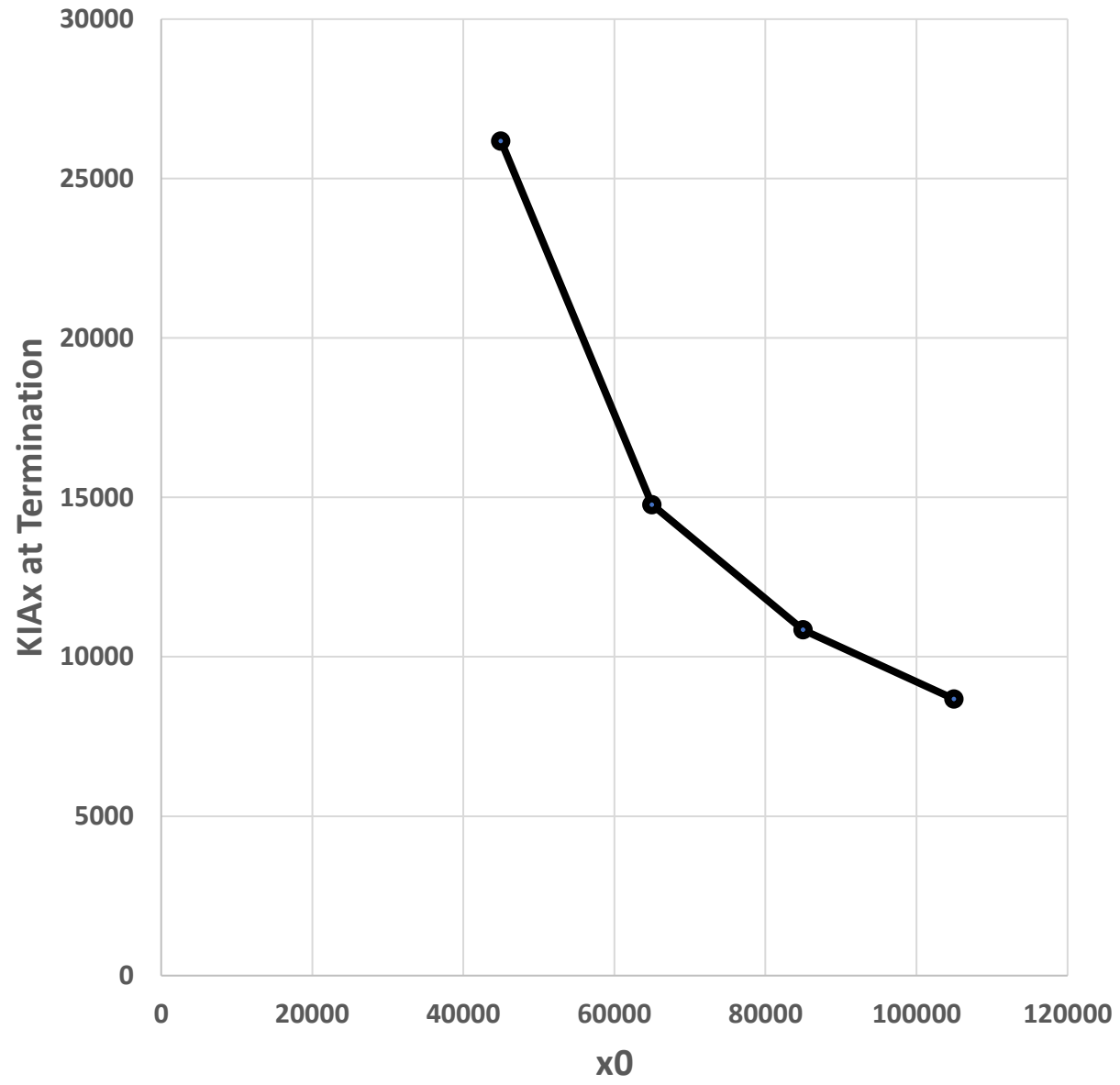
Hur lång tid tar det att ta kontroll över området om Du skickar olika stora truppstyrkor, x_0 , för att anfälla ?

Svar 2:

(Obs: Tiden är $T + 6$ dagar.)



Totala förluster för USA innan USA behärskar Iwo Jima



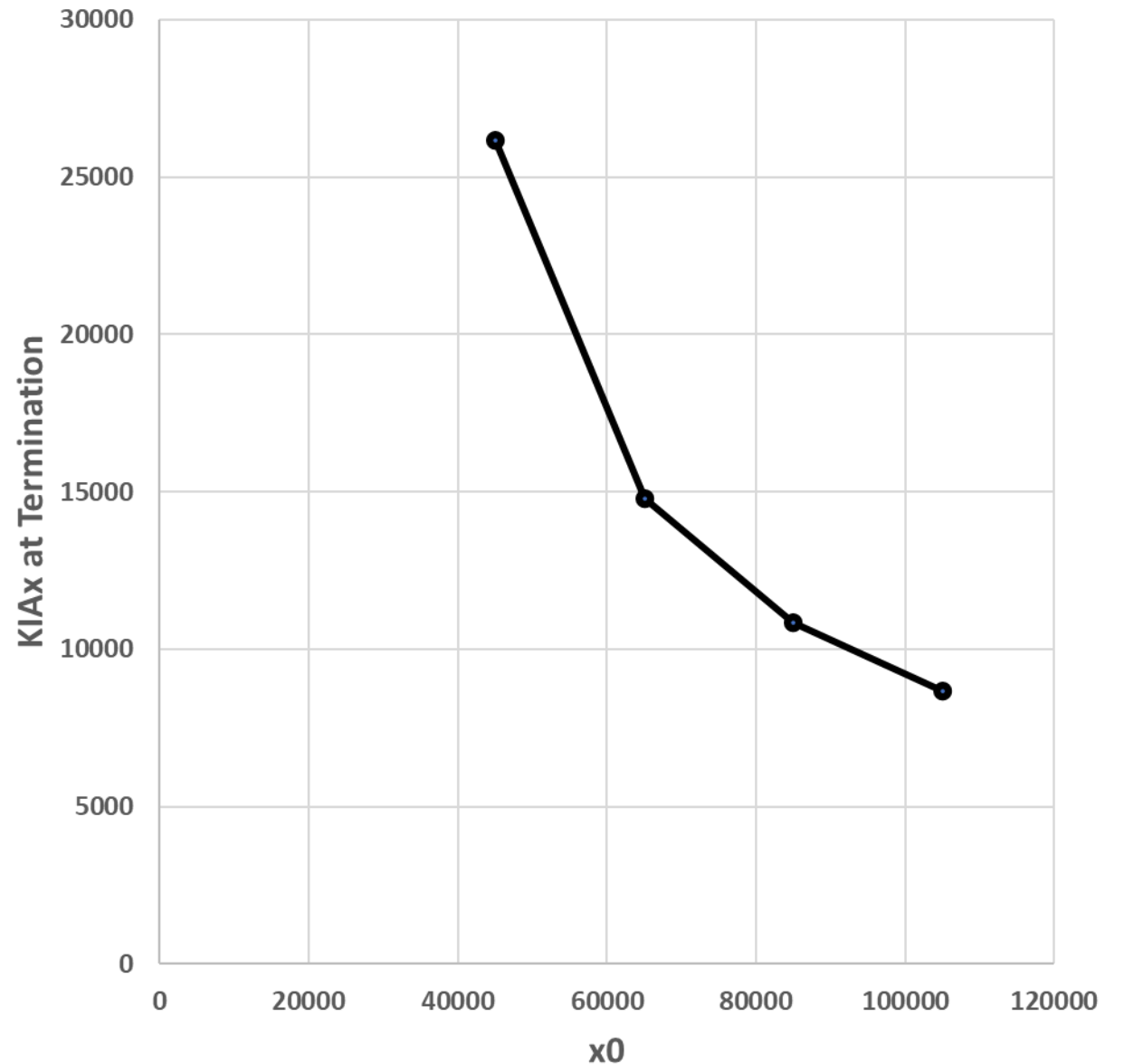
Antal soldater som USA skickar till anfallet

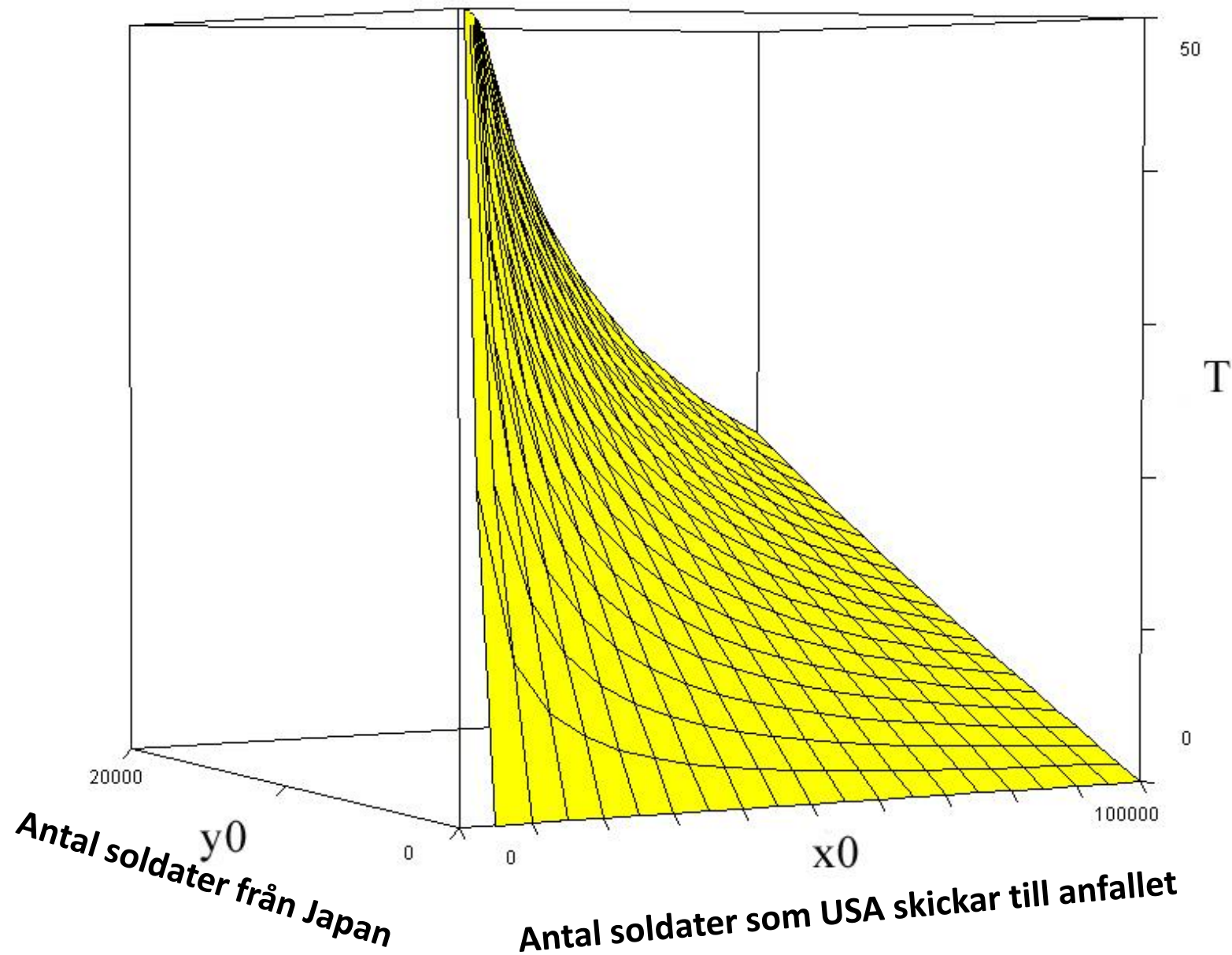
Fråga 3:

Hur många egna soldater måste Du offra (egna förluster) för att ta kontroll över området om Du skickar olika stora truppstyrkor, x_0 , för att anfälla ?

Svar 3:

(Obs: Figuren gäller Från och med Dag D+6.)





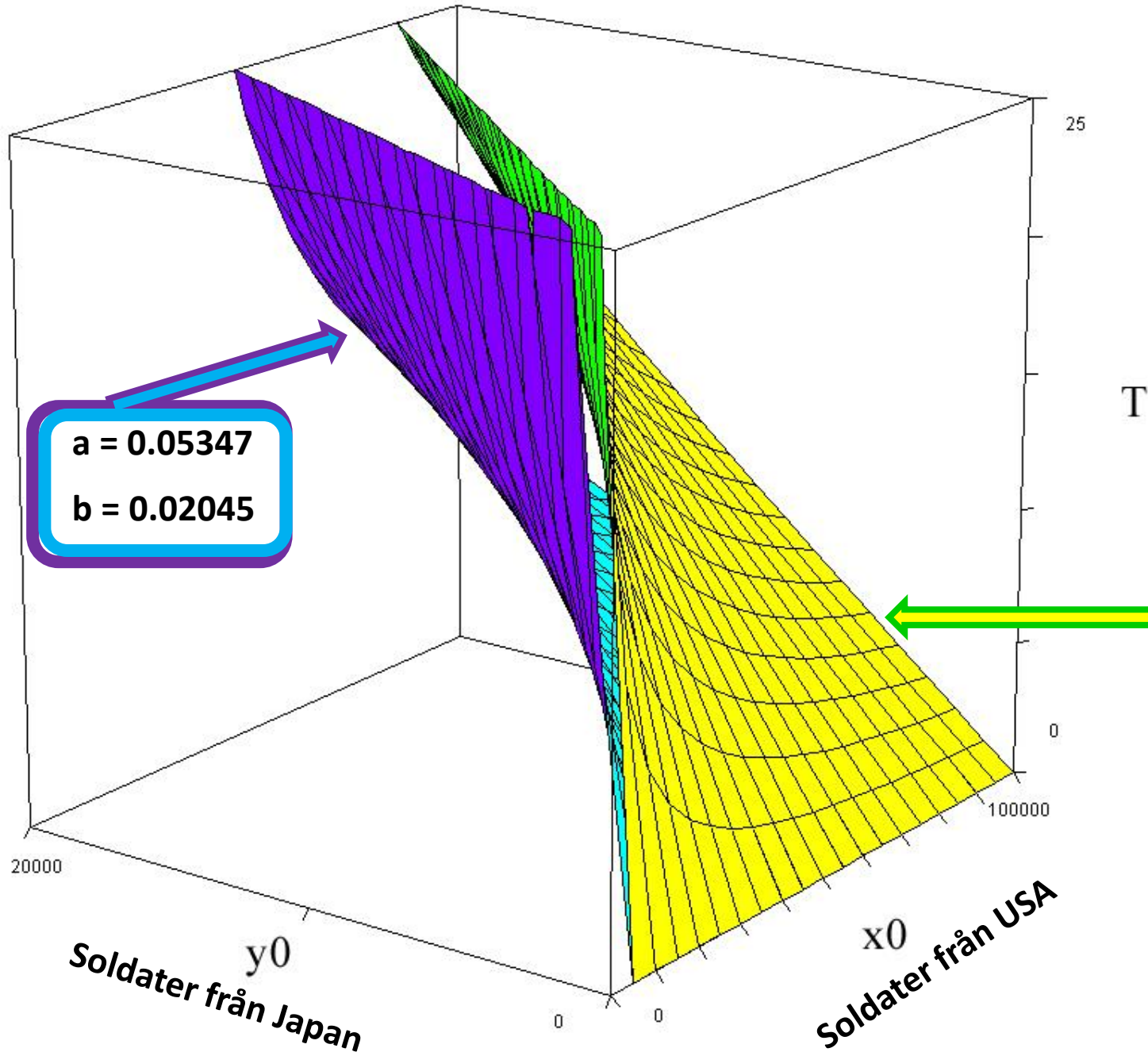
***Den tid det tar
att ta kontroll
över området.***

$a = 0.05347, b = 0.01045.$

*Den tid det tar
att ta kontroll
över området.*

$$T = \frac{LN \left(\frac{x_0 + \sqrt{\frac{a}{b}} y_0}{x_0 - \sqrt{\frac{a}{b}} y_0} \right)}{2\sqrt{ab}}$$

Den tid det tar att ta kontroll över området.



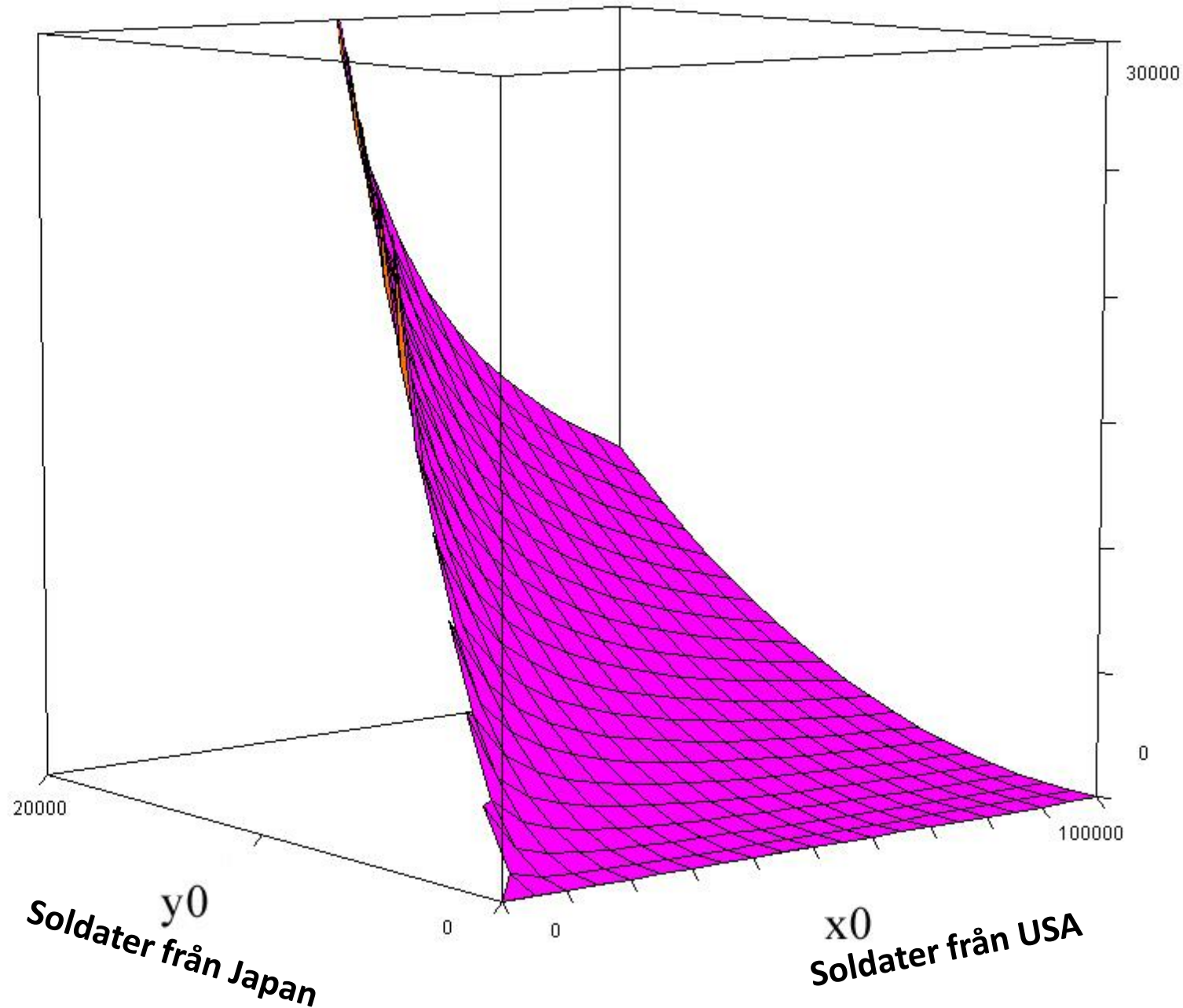
a = 0.05347
b = 0.02045

Om USAs soldater skulle ha varit mer effektiva på Iwo Jima

a = 0.05347
b = 0.01045

Verkliga siffror från Iwo Jima

**Totala
förluster USA
(bekämpade
soldater).**



$a = 0.05347, b = 0.01045.$

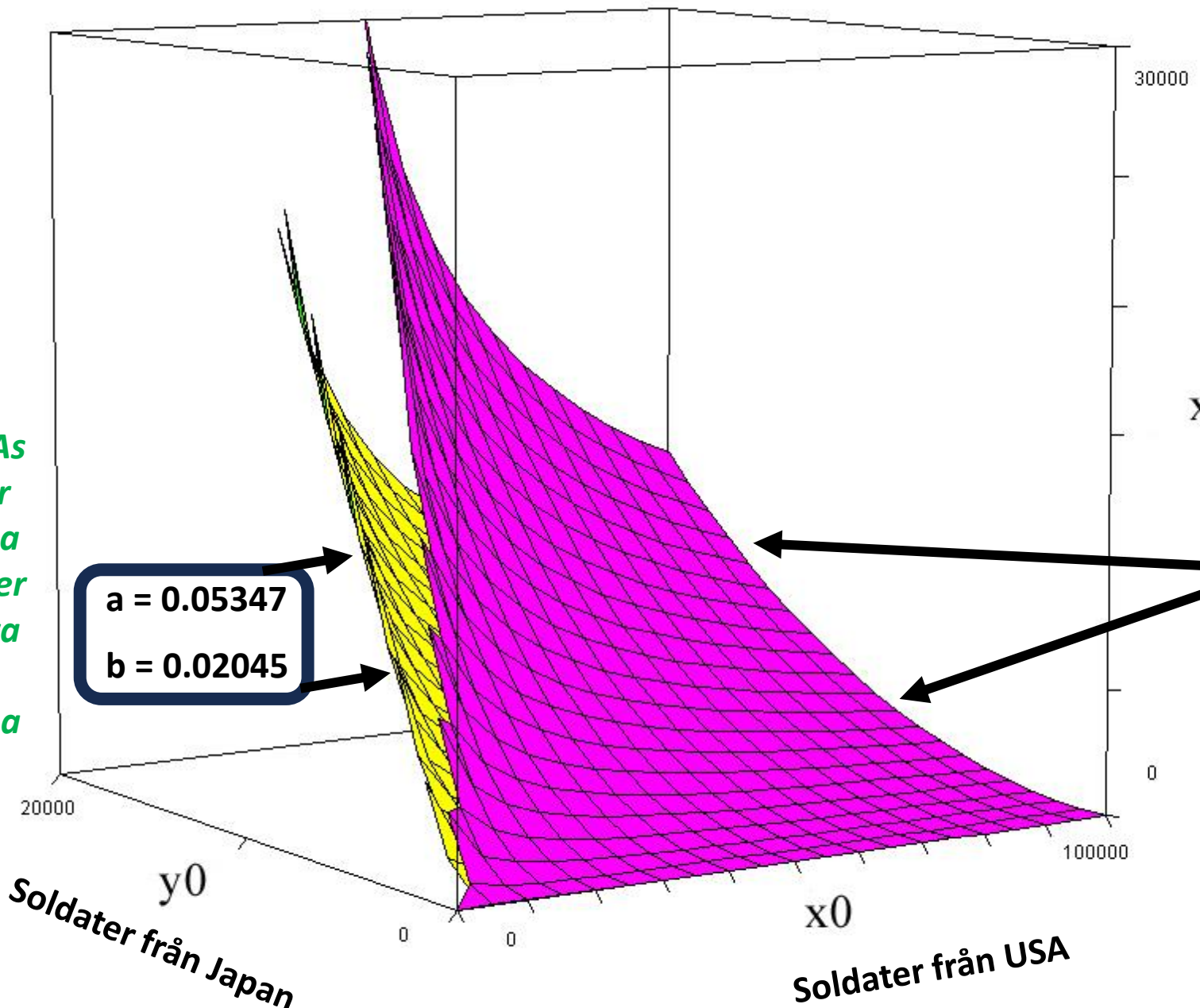
Totala Förluster USA (bekämpade soldater).

Om USAs soldater skulle ha varit mer effektiva på Iwo Jima

$a = 0.05347$
 $b = 0.02045$

$a = 0.05347$
 $b = 0.01045$

Verkliga siffror från Iwo Jima



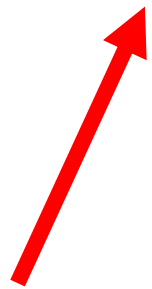
Antal egna soldater kvar efter striden.

$$x_T = \sqrt{\frac{bx_0^2 - ay_0^2}{b}}, \quad y_T = 0$$

Optimering av antal soldater, x_0 , att skicka till anfallet:

$$\max_{x_0} \pi \left(x_0; a, b, c_T, c_{x_T}, G, y_0 \right)$$

Totalt Resultat



Kostnad per dag för att vänta på kontroll av området.



Kostnad per bekämpad egen soldat.



Värdet av att omedelbart behärska området.

Förutsättning 4:

Kostnaden för Din anfallsstyrka, beror på antalet soldater, x_0 .

Värdet av att behärska området beror på hur länge Du måste vänta på att få kontrollen.

Kostnaderna för egna förluster beror på hur många soldater Du förlorar.

Fråga 4:

Hur stor truppstyrka, x_0 , är det optimalt att skicka för att anfälla ?

Svar 4:

Det optimala antalet soldater att skicka för att anfälla, x_0 , beror på samtliga dessa kostnader och värden. Optimala resultat redovisas nedan.

Kostnad för gruppering

Värdet av området

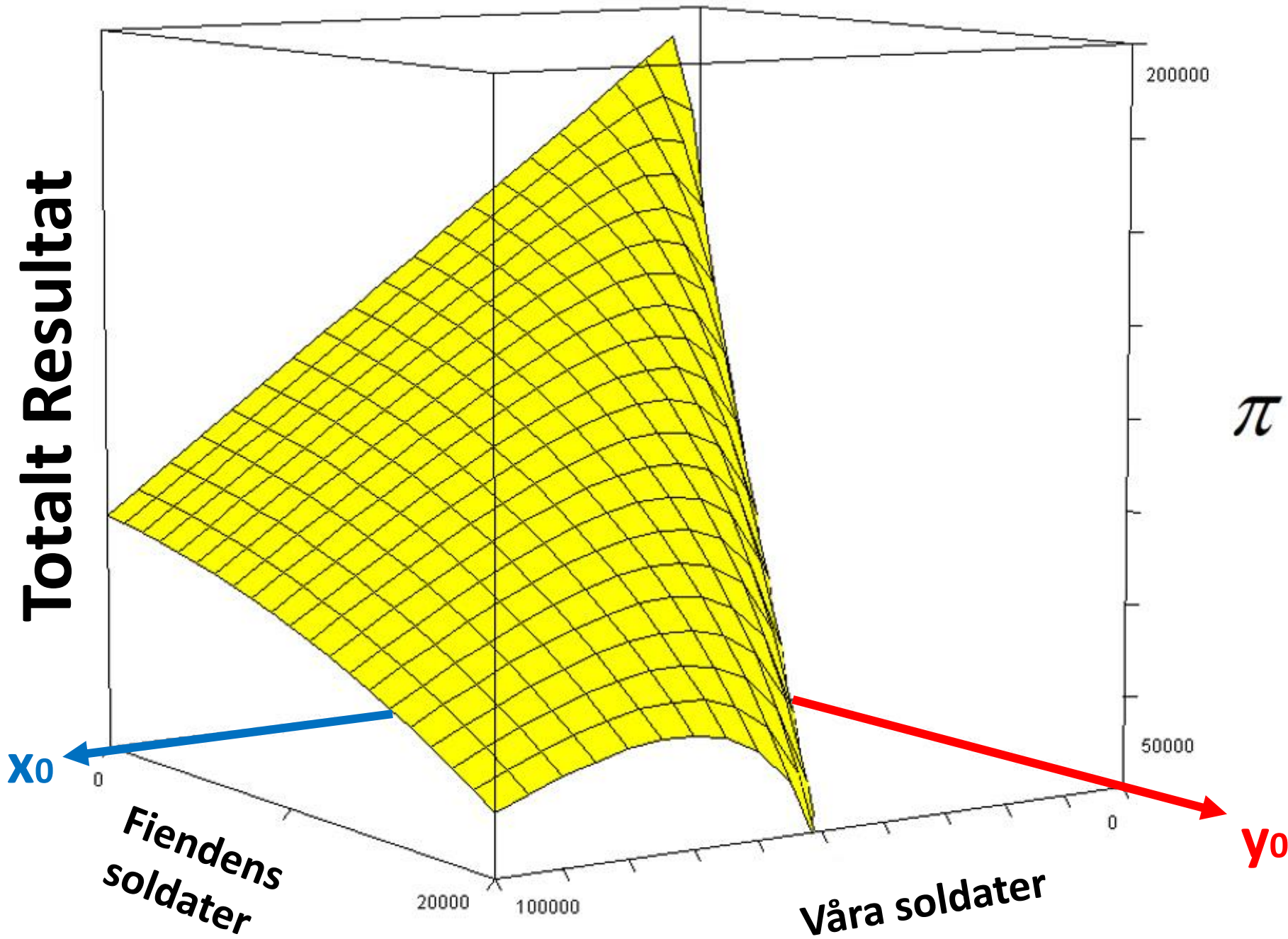
Kostnad för fördröjning

Kostnad för förluster av soldater

$$\max_{x_0} \pi = -C(x_0) + G - c_T T(x_0, y_0, a, b) - c_{x_T} (x_0 - x_T(x_0, y_0, a, b))$$

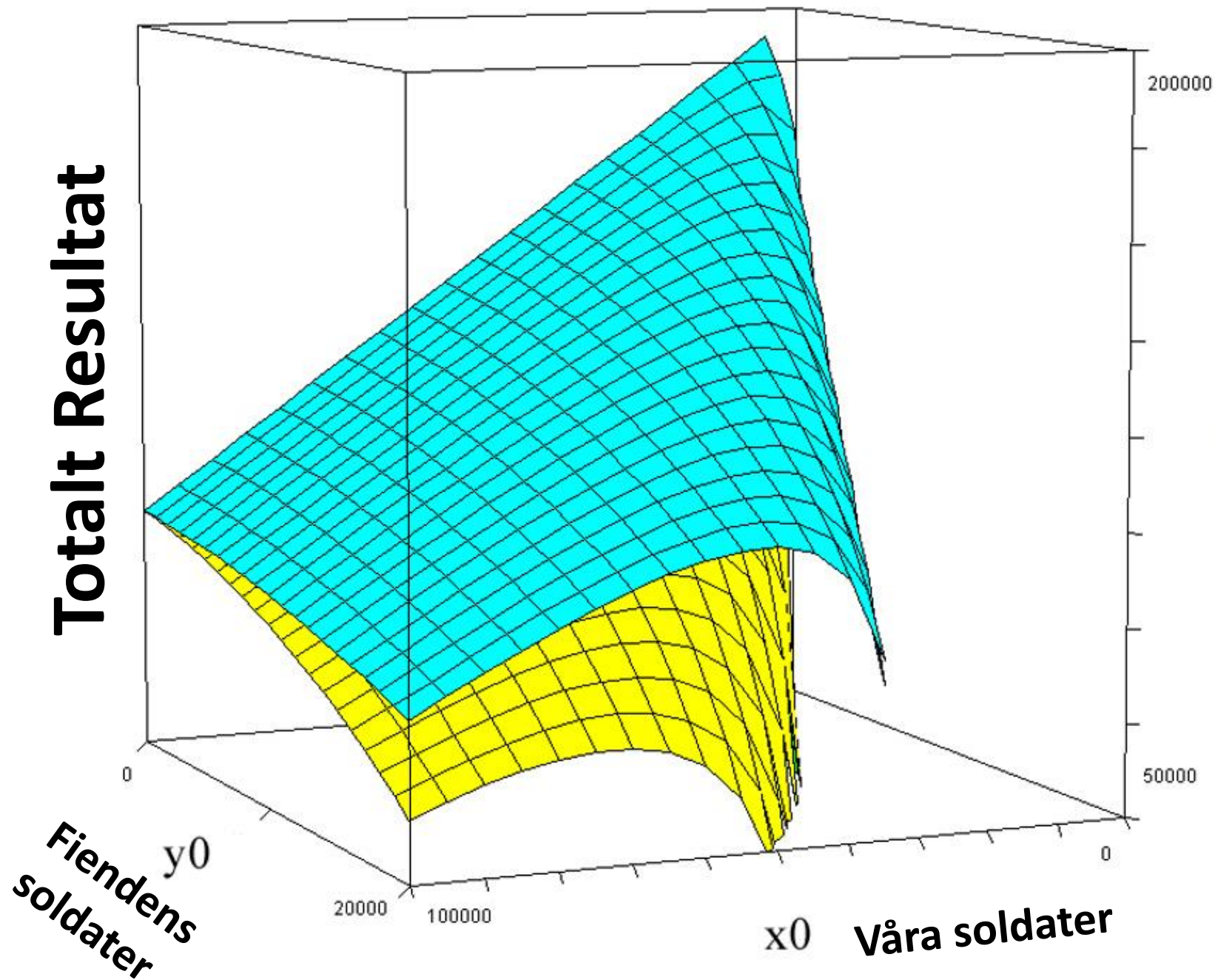
Totalt Resultat

$$\max_{x_0} \pi = -C(x_0) + G - c_T \frac{LN \left(\frac{x_0 + \sqrt{\frac{a}{b}} y_0}{x_0 - \sqrt{\frac{a}{b}} y_0} \right)}{2r} - c_{x_T} \left(x_0 - \sqrt{\frac{bx_0^2 - ay_0^2}{b}} \right)$$



För varje y_0 :

Välj x_0 så att det totala resultatet blir så högt som möjligt!



Turquoise:

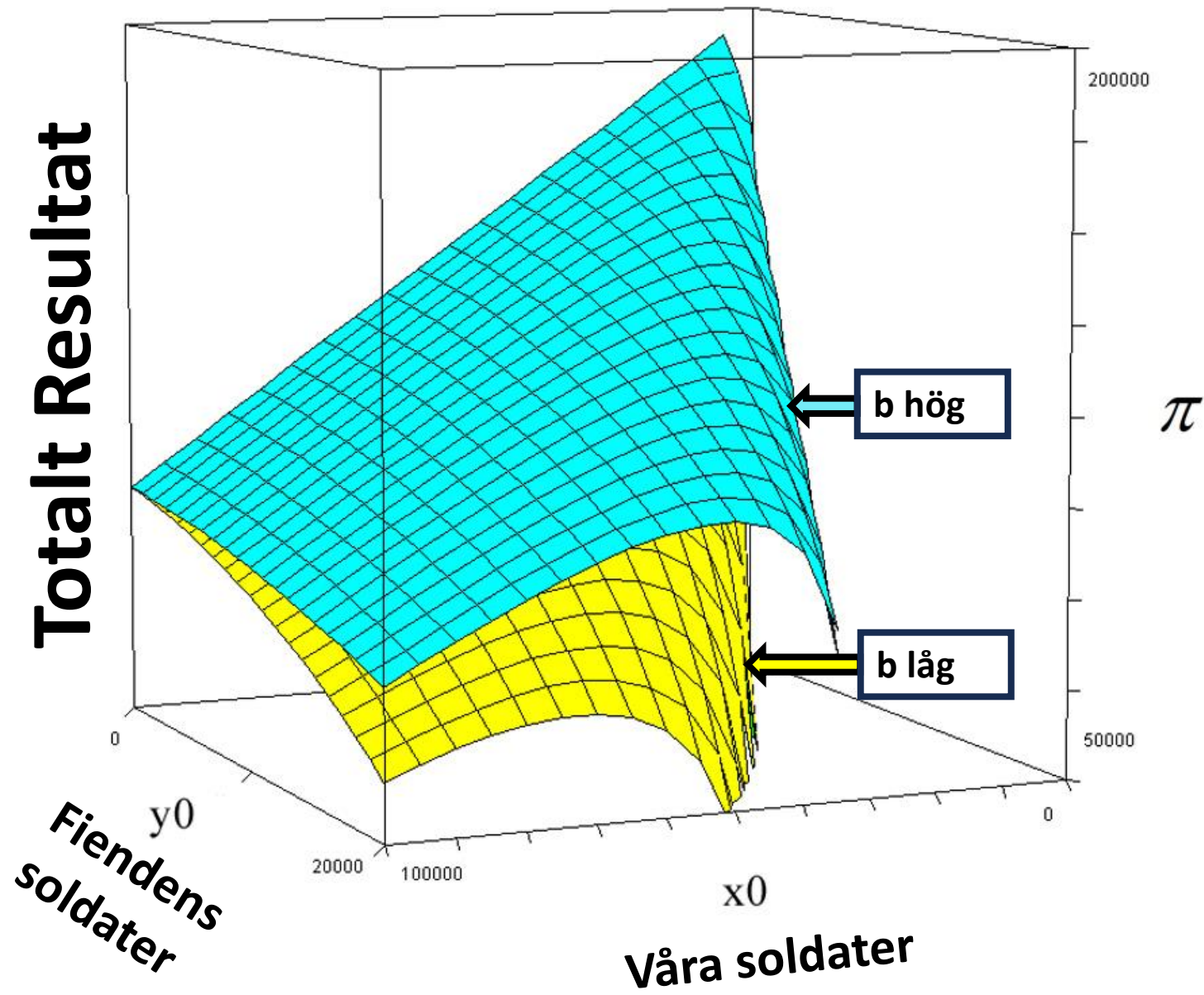
Om USAs soldater skulle ha varit mer effektiva på Iwo Jima.

a = 0.05347, b = 0.02045

Yellow:

Verkliga siffror från Iwo Jima.

a = 0.05347, b = 0.01045



#1:

Optimalt Resultat blir högre om våra soldater blir mer effektiva (b ökar).

#2:

Optimal anfallsstyrka, x_0 , blir större om fiendens styrka, y_0 , blir större.

#3:

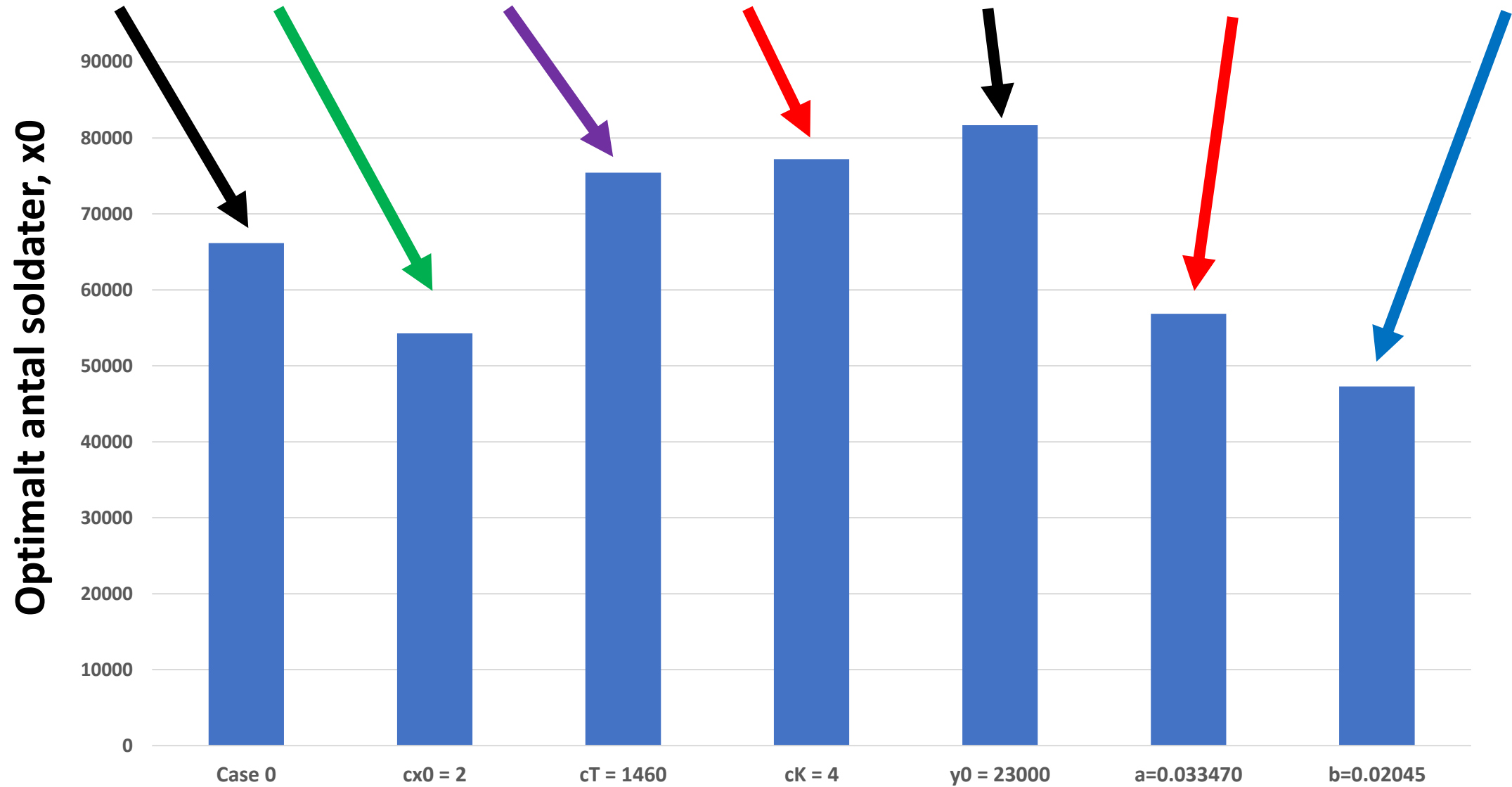
Optimal anfallsstyrka, x_0 , blir mindre, om dessa soldater blir mer effektiva (b ökar).

Optimering 1:

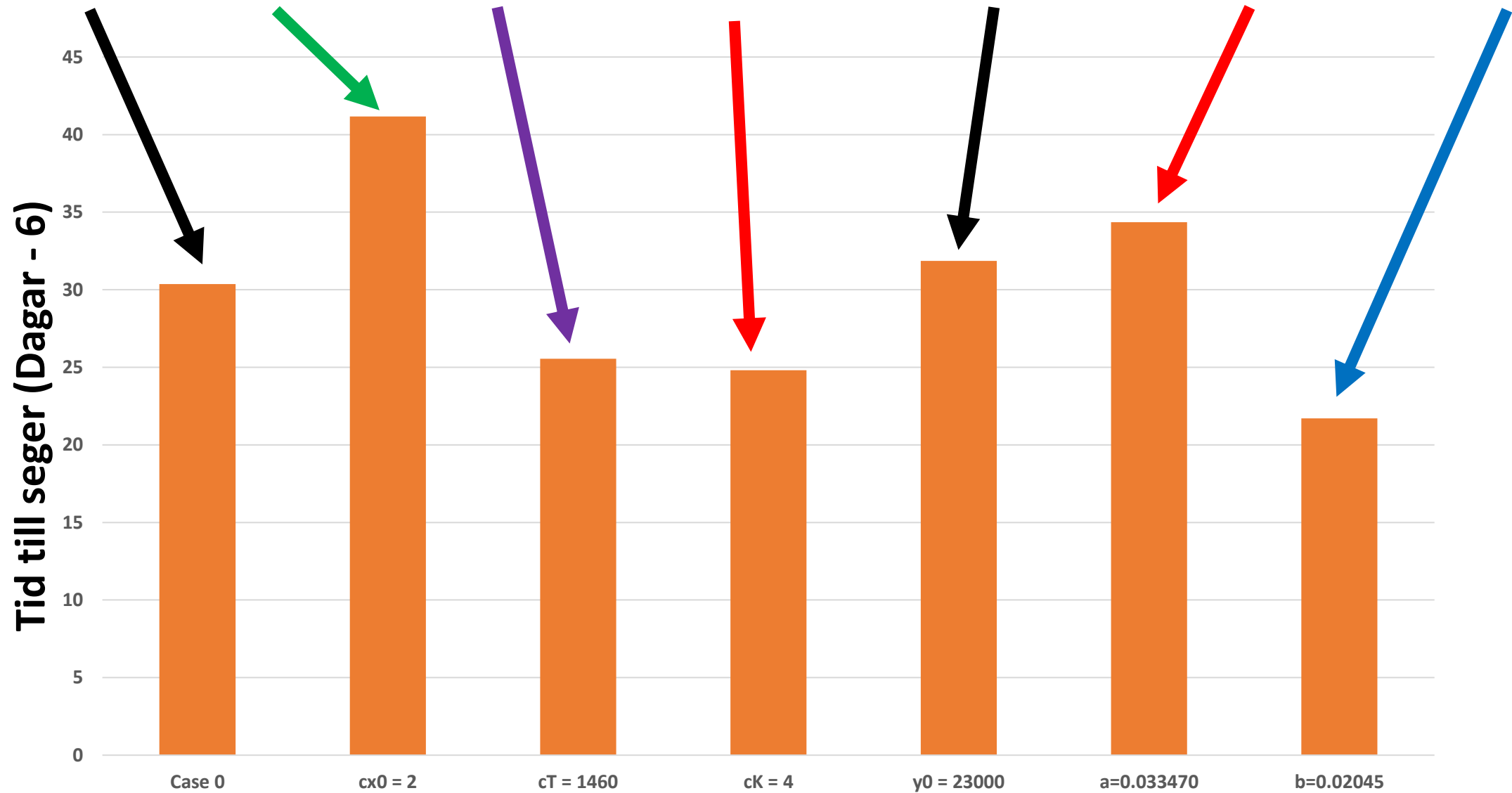
Baserad på antagandet att vi känner till exakta värden på alla parametrar.

(Alla siffror finns i artikeln.)

Normal Dyrare soldater Dyrt att vänta Soldativ värdefulla Mer fi trupp Fi mindre effektiv Vi mer effektiva



Normal Dyrare soldater Dyrt att vänta Soldativ värdefulla Mer fi trupp Fi mindre effektiv Vi mer effektiva



Normal

Dyrare soldater

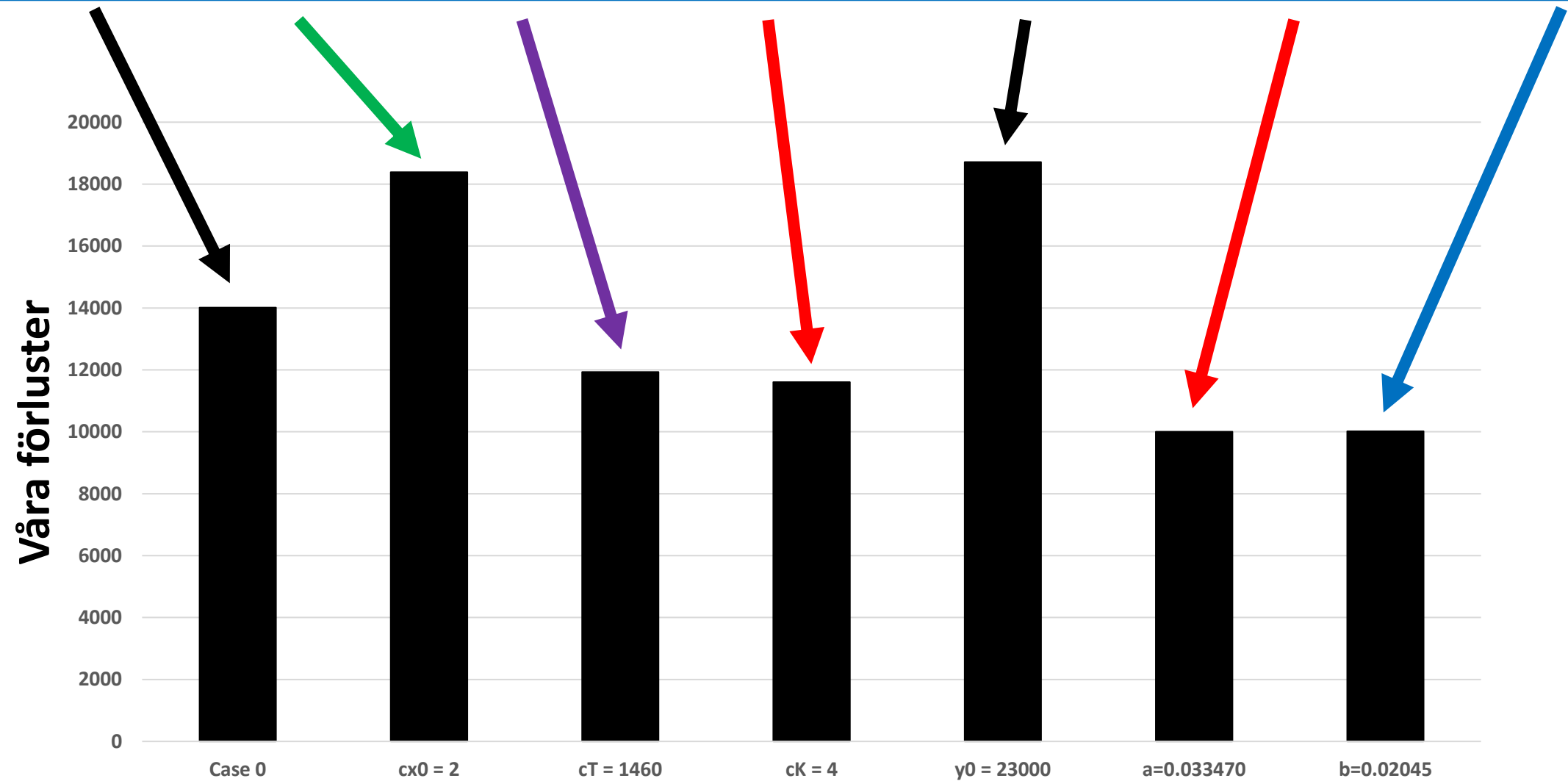
Dyrt att vänta

Soldatliv värdefulla

Mer fi trupp

Fi mindre effektiv

Vi mer effektiva



Optimering av x_0 mht osäkra värden:

Läs artikeln!

Förutsättning 5:

Ett demokratiskt land i Europa, U, angrips oprovocerat av ett grannland, R.

En koalition av andra Europeiska länder, E, vill hjälpa U och samtidigt genomföra utnötning av de militära resurserna i R, så att inte R kan angripa andra länder i Europa.

E vill inte medverka med trupp i U men kan skicka vapen och ammunition.

Fråga 5:

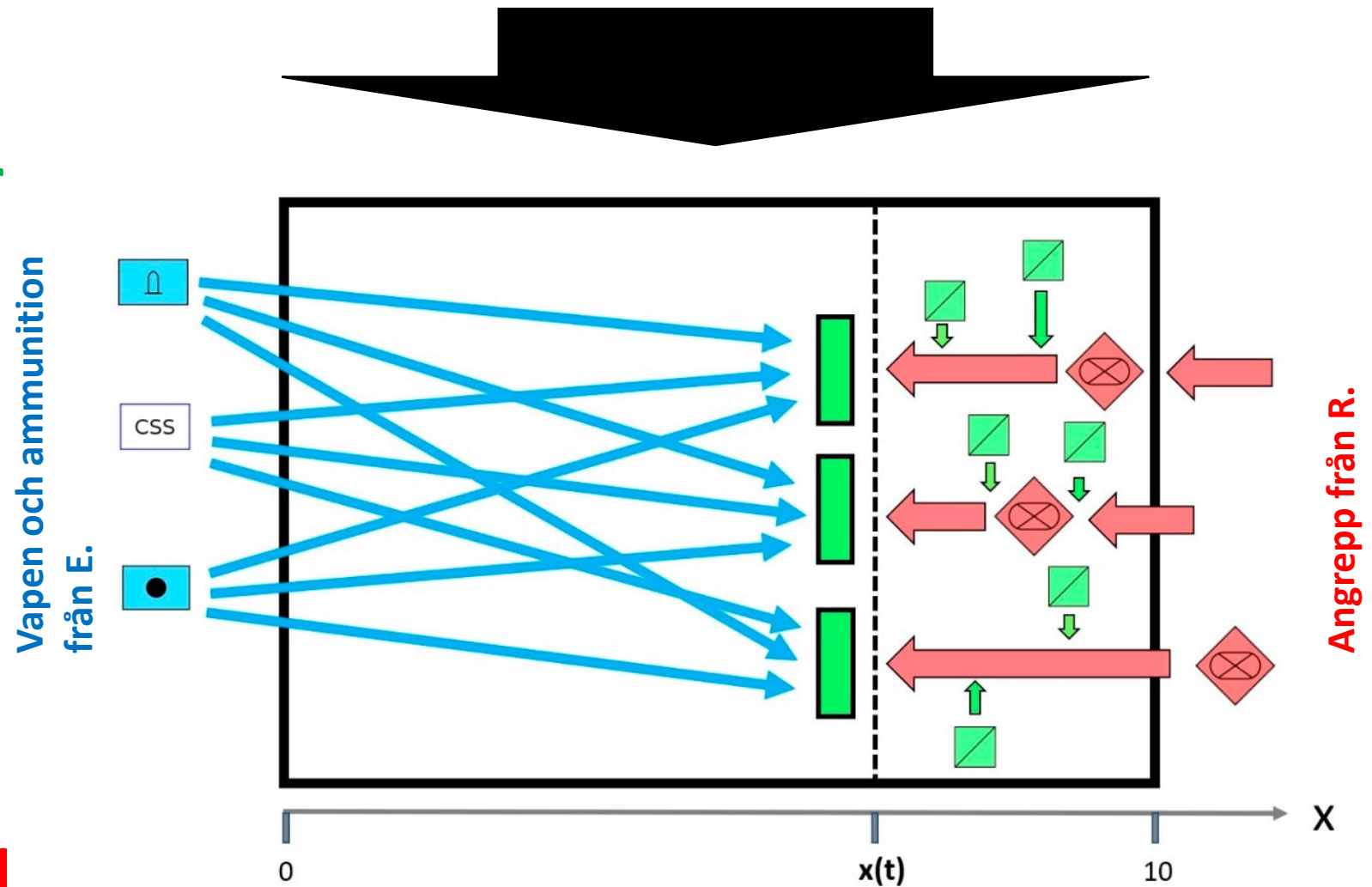
Hur mycket vapen och ammunition bör E skänka till U vid olika tidpunkter?

Om fronten ligger nära
östra gränsen:

U behärskar stor areal och
kan försörja en ganska stor
arme.

R har korta
försörjningslinjer som
R kan skydda effektivt med
pansar.

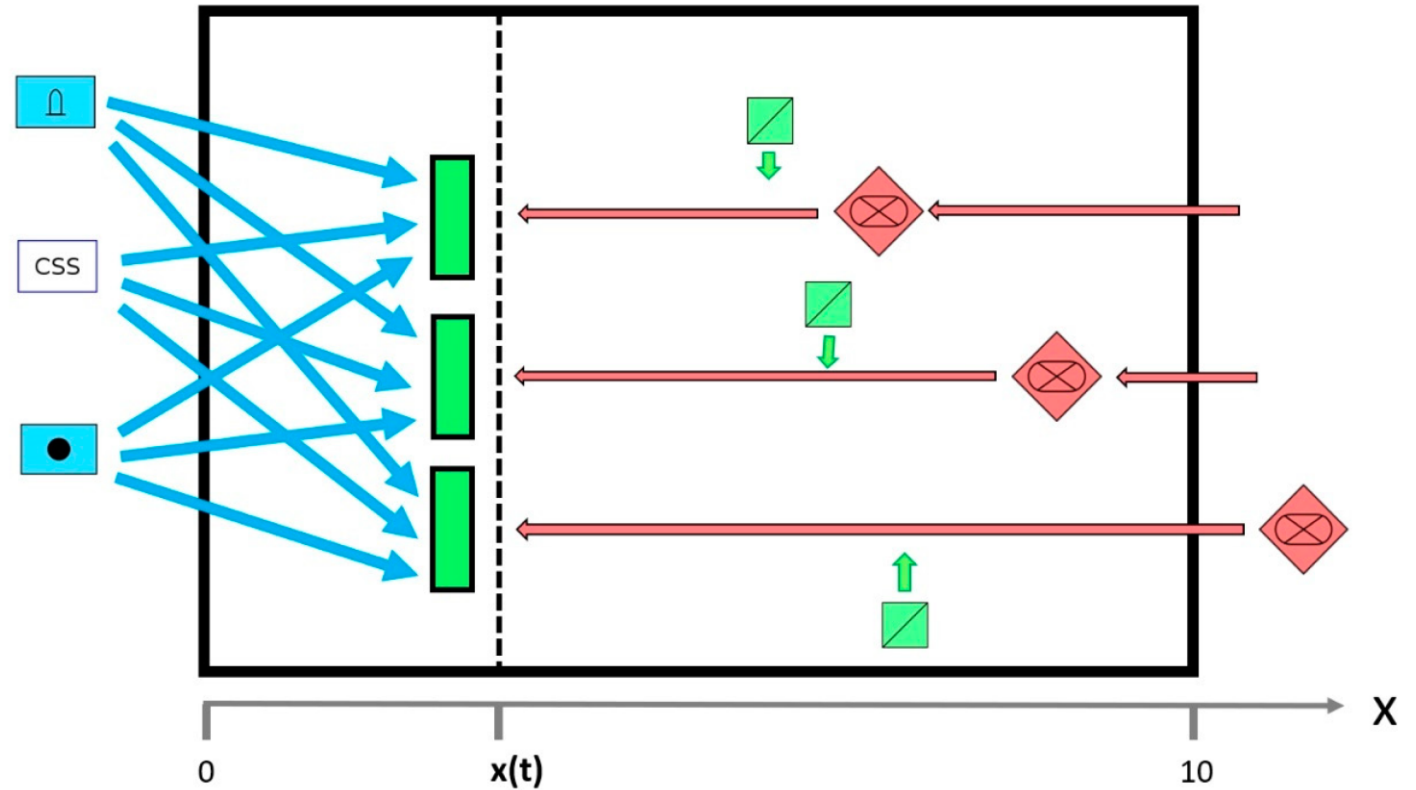
Det Europeiska landet U

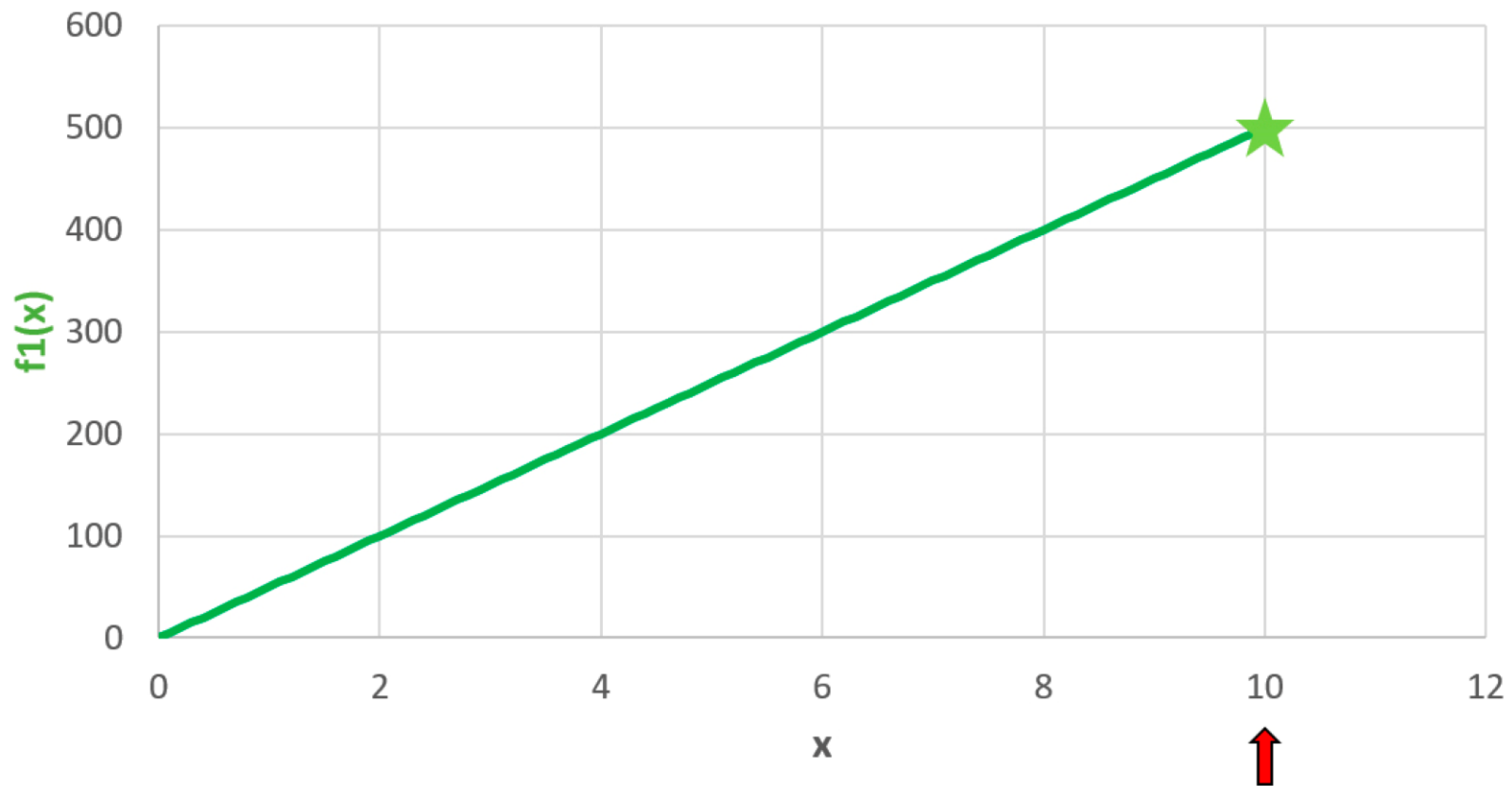


Om fronten ligger nära
västra gränsen:

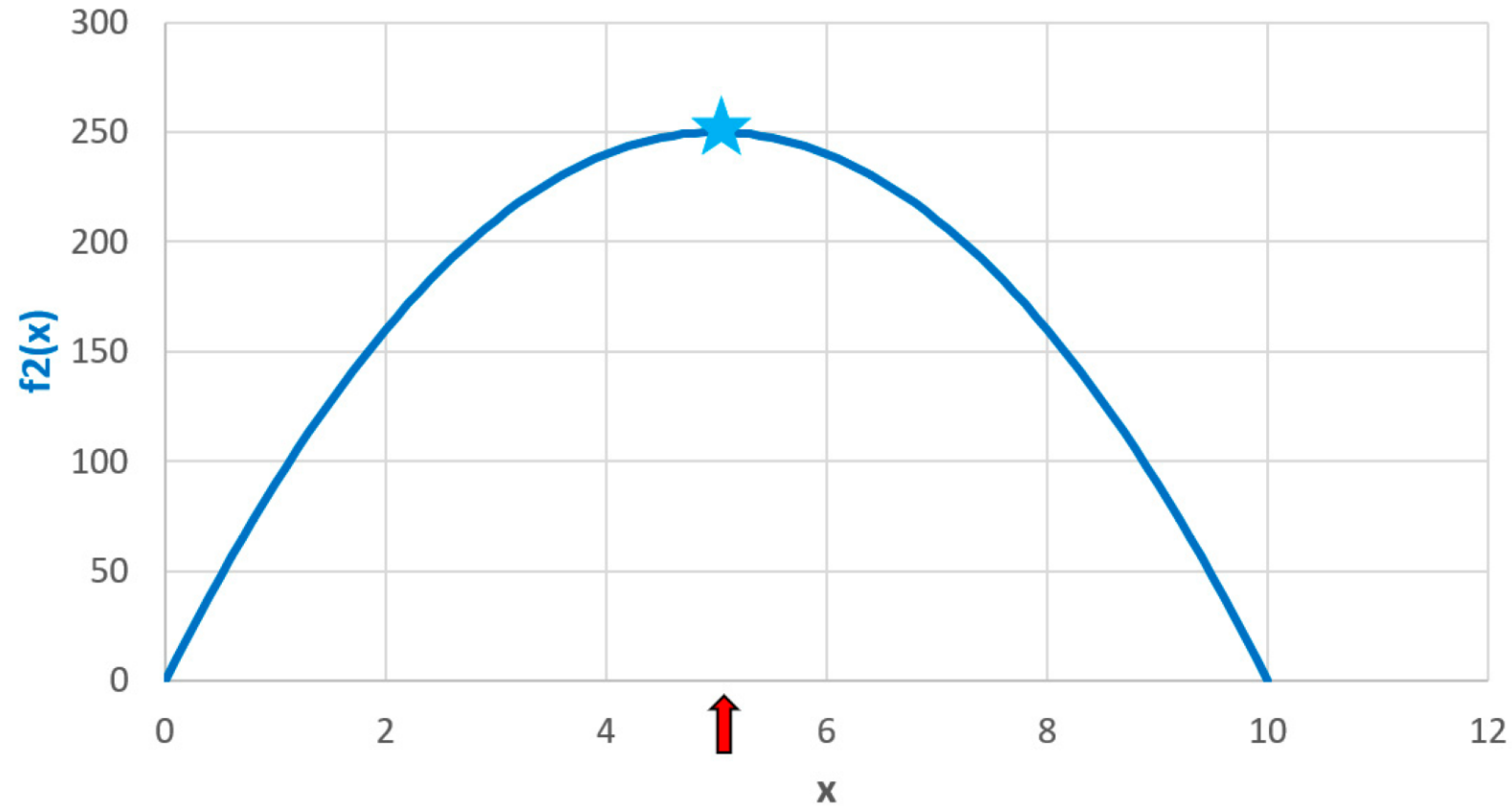
U behärskar liten areal och
kan försörja en ganska liten
arme.

R har långa
försörjningslinjer som
R inte kan skydda effektivt
med pansar.





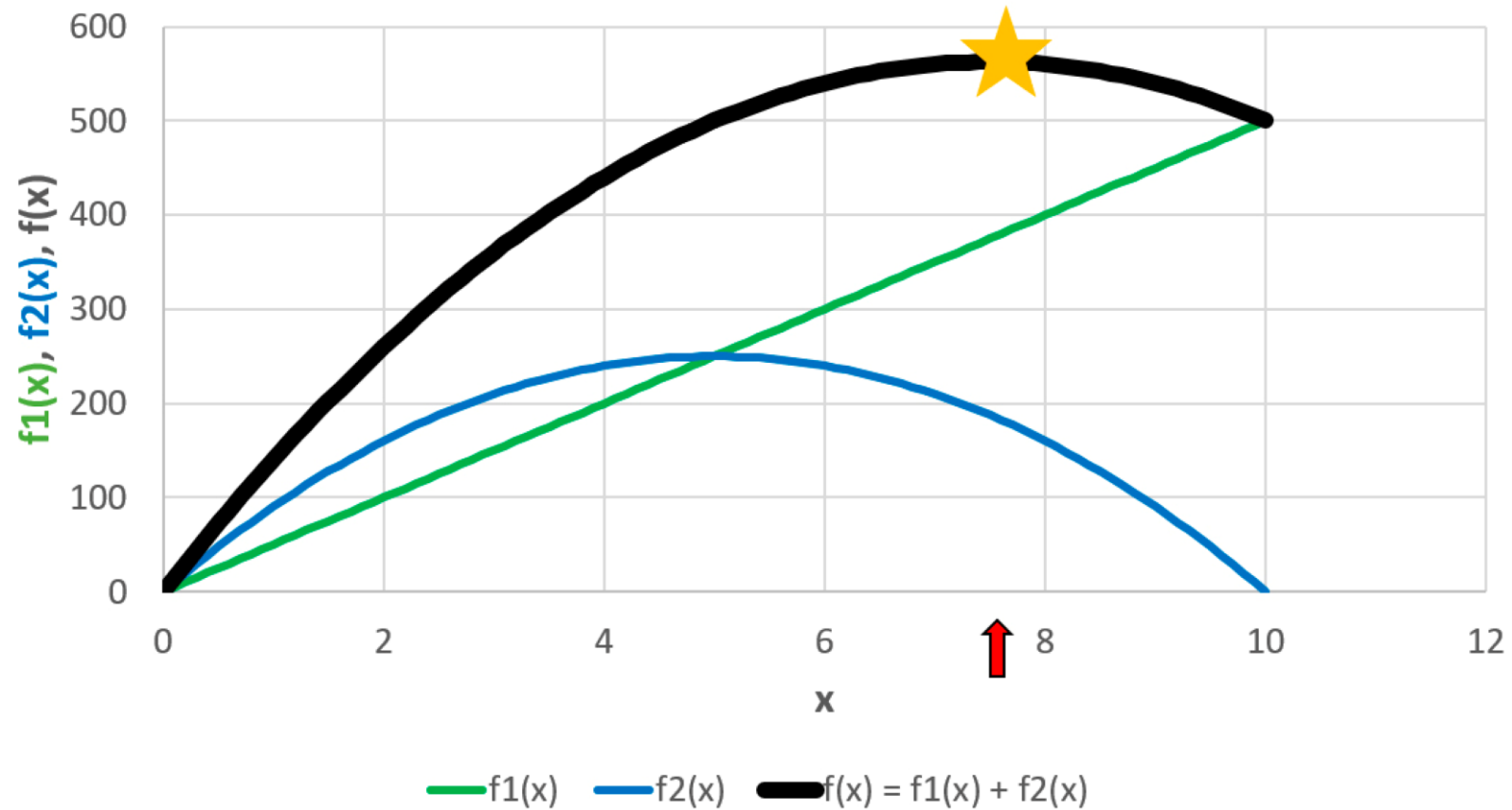
**Värdet för U av det område som U behärskar.
Ju längre till öster fronten ligger, desto högre blir värdet.
Värdet är som högst för $x = 10$.**



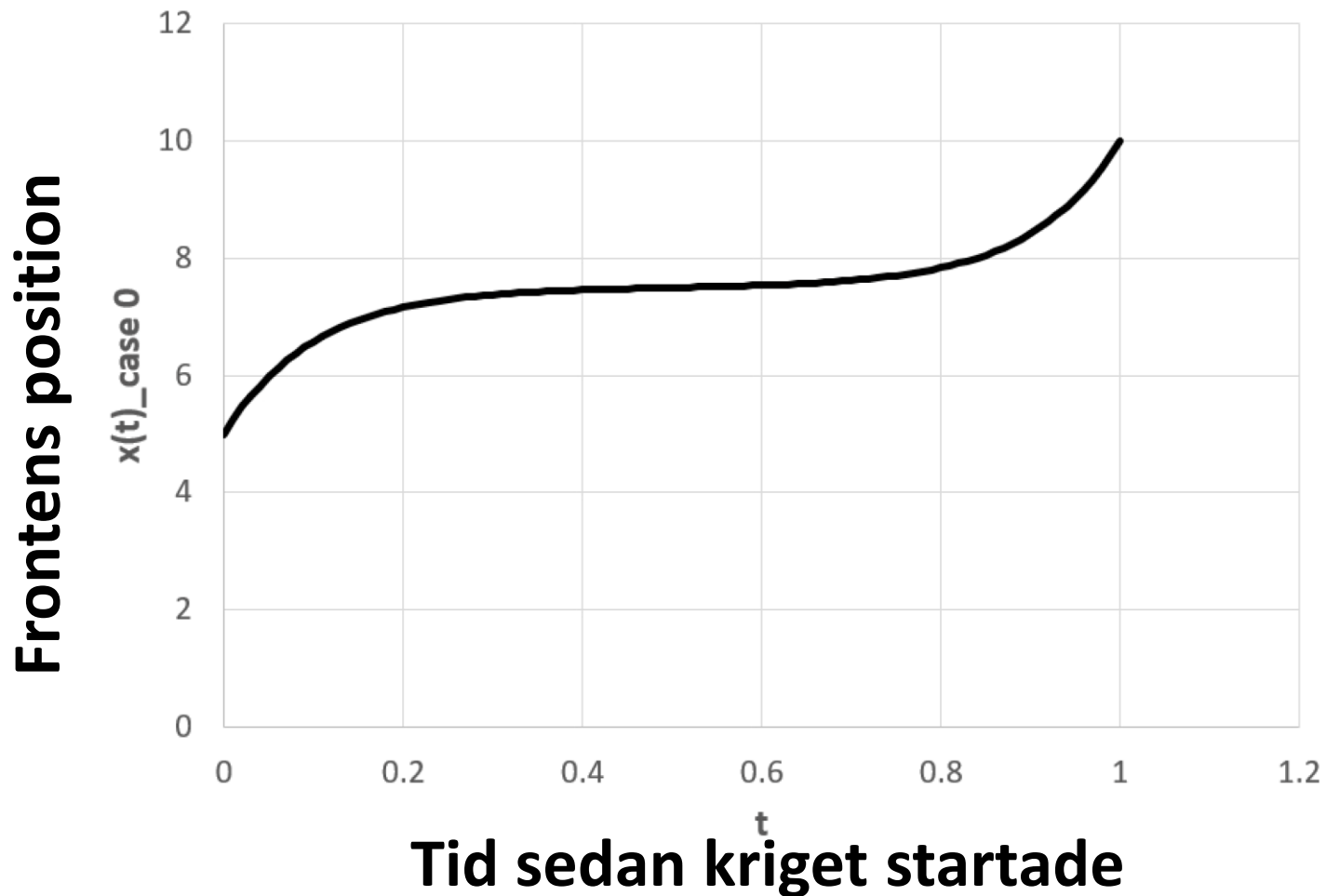
Värdet för E av utnötning av R.

**Om fronten ligger nära mitten av U så blir utnötningen maximal,
Eftersom Rs försörjningslinjer blir ganska långa och Us arme ganska stor.**

Värdet är som högst för $x = 5$.

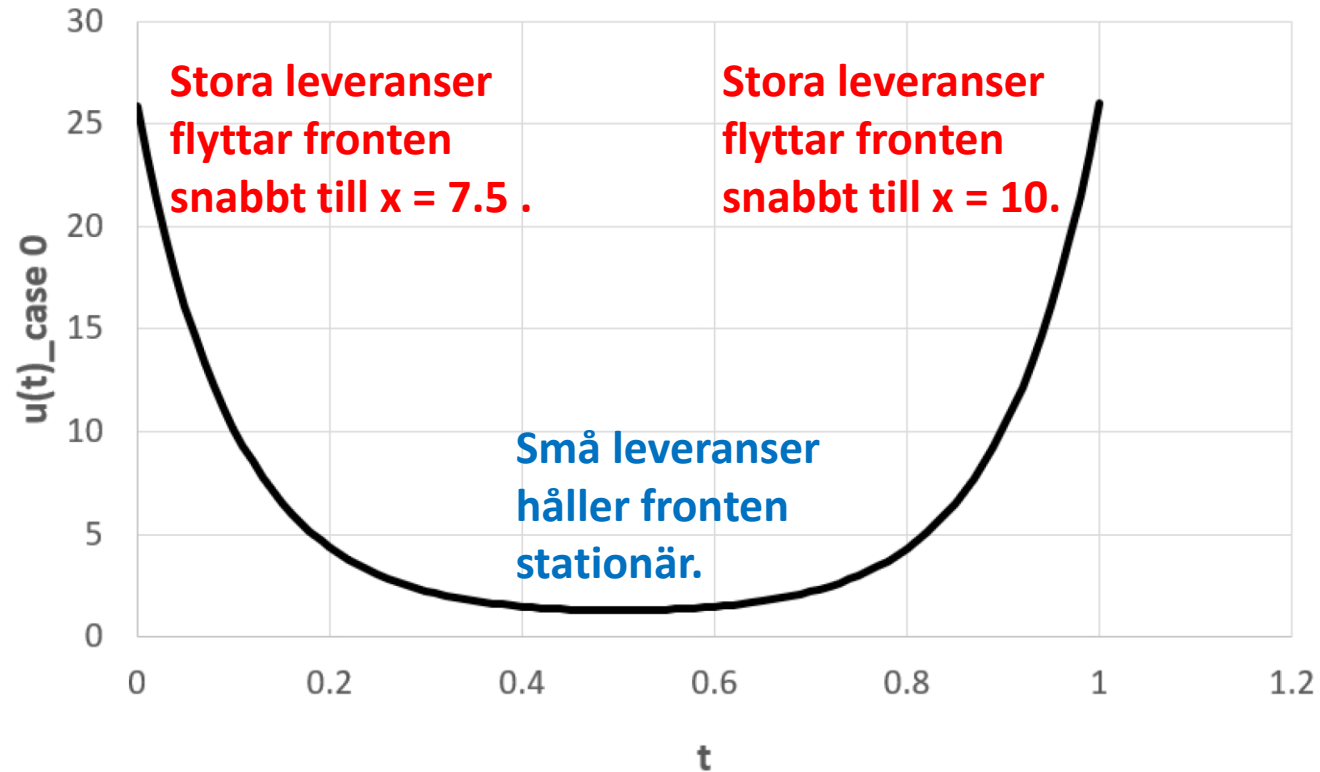


Det totala värdet, för E och U, är maximalt i mitten av östra delen av U. Värdet är som högst för $x = 7.5$.



Det är optimalt för E+U att ganska snabbt flytta fronten från $x = 5$ till den optimala positionen $x = 7.5$. Där får fronten ligga kvar tills R:s resurser är så små att R vill dra sig ur kriget. Då flyttas fronten snabbt till den tidigare östra gränsen $x = 10$, och kriget slutar.

Leveranser av vapen och ammunition



Tid sedan kriget startade

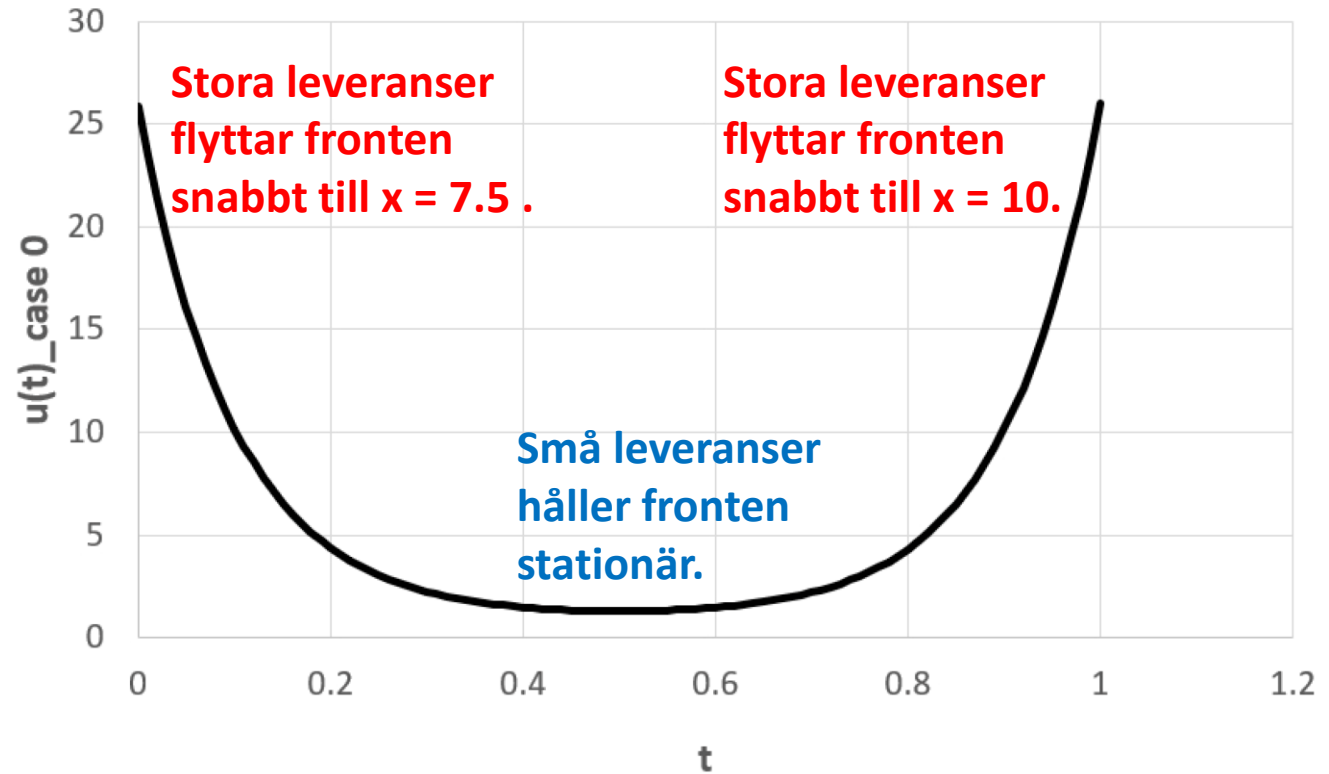
Det är optimalt för E+U att ganska snabbt flytta fronten till den optimala positionen $x = 7.5$. Där får fronten ligga kvar tills Rs resurser är så små att R vill dra sig ur kriget. Då flyttas fronten snabbt till den tidigare östra gränsen $x = 10$, och kriget slutar.

Fråga 5:

Hur mycket vapen och ammunition bör E skänka till U vid olika tidpunkter?

Svar 5:

Leveranser av vapen
och ammunition



Tid sedan kriget startade

Läs gärna artiklarna. Där finns grundliga förklaringar och fördjupningar till alla dessa resultat.

Länkarna finns i början av denna presentation.

Tack för Er tid!

Tack till Överste Carol Paraniak samt till Överstelöjtnant Dan Magnusson för läsning av och kommentarer till artikel #3 före publiceringen.



Frågor?

Repetera!

Verkställ!

