

+ 1(11) FACITSKINNE

## Test "Virkesmarknad och Lagerteori"

Av Peter Lohmander 111111

### Uppgift VM1 (maximalt 2.5 poäng):

I Skogsland, Nr 46, 11 november 2011, står följande:

Citat:

"Sänkt pris på sågtimmer:

Från och med den 1 december 2011 sänker SCA Skog priserna på såväl tall- som grantimmer. Priset på talltimmer sänks med 30 kronor per m<sup>3</sup>fub (fastkubikmeter under bark) medan grantimmerpriset sänks med 20 kronor per m<sup>3</sup>fub. SCA kommer även att genomföra vissa produktionsbegränsningar.

- Prissänkningen gäller grundpriset på sågtimmer över hela SCA Skogs verksamhetsområde. Däremot berörs inte priset på massaved av sänkningen.

- Prissänkningen på sågtimmer är en anpassning till situationen vid våra sågverk, som i förra veckan meddelade att de drar ner produktionen i samband med jul- och nyårshelgerna, säger Jörgen Bendz, virkeschef på SCA.

- Som en följd av detta kommer SCA Skog även att begränsa avverkningsarbetet under den tidiga vintern."

(Slut citat.)

Fråga:

Låt oss antaga att det är en rationell åtgärd för SCA att sänka priset,  $P$ , för att minska den levererade kvantiteten,  $q$ .

Vad säger detta i så fall om värdet på konstanten  $p_1$  i prisfunktionen

$$P(q) = p_0 + p_1 \cdot q$$

$$p_1 > 0$$

$$q > 0$$

Kan vi utifrån detta säga vilken slags marknadsform som vi har på virkesmarknaden inom "SCA Skogs verksamhetsområde"? Vilken slags marknadsform är detta?

Monopoli (alt. inköpskartell)

Monopoli

2 2

**Uppgift VM2 (maximalt 2.5 poäng):**

Du ska köpa in massaved till en massafabrik vid kusten. Det finns två olika områden som Du kan köpa in massaved ifrån. I varje område finns ett stort antal oberoende skogsägare som Du kan köpa ifrån.

Du har gjort en undersökning av hur utbudet kvantitet,  $q$ , hänger ihop med pris fritt bilväg,  $p$ , från dessa områden.

I varje område gäller en funktion av denna typ:

$$P = p_0 + p_1 \cdot q$$

Du har fastställt konstanternas värden med hjälp av regressionsanalys och Du vet att

$$p_0 > 0 \text{ och } p_1 > 0.$$

Transportkostnaden från område 1 till fabriken är  $T_1$  SEK per kubikmeter.  
Transportkostnaden från område 2 till fabriken är  $T_2$  SEK per kubikmeter.

Du har redan räknat ut att det är optimalt för Dig att köpa massaved från båda dessa områden. En mycket viktig fråga är att bestämma vilka priser, fritt bilväg, som Du bör betala i dessa områden.

Uppgift:

Ange exakt hur stor prisskillnaden bör vara (fritt bilväg) mellan de två områdena!

Förklara grundligt varför Du bör sträva efter just denna prisskillnad, d.v.s. bevisa att just den prisskillnaden är optimal för Dig som köpare!

$$\Delta P = \frac{-\Delta T}{2}$$

$$\Delta P = P_{\text{pris fritt bilväg område 1}} - P_{\text{pris fritt bilväg område 2.}}$$

$$\Delta T = T_1 - T_2$$

Förklaring: VÄND!

VM2 (Fatklarig) 3

$$\min_{q_1, q_2} C = C_1(q_1) + C_2(q_2)$$
$$q_1 + q_2 = Q$$

---

$$\min_{q_1} C = C_1(q_1) + C_2(Q - q_1)$$

---

$$\frac{dC}{dq_1} = \frac{dC_1}{dq_1} - \frac{dC_2}{dq_2} = 0$$

---

$$\frac{d^2C}{dq_1^2} = \frac{d^2C_1}{dq_1^2} + \frac{d^2C_2}{dq_2^2} > 0$$

---

$$\frac{dC_1}{dq_1} = \frac{dC_2}{dq_2}$$

---

$$C_1(q_1) = (P_0 + P_1 q_1) q_1 + T_1 q_1$$

$$C_1(q_1) = P_0 q_1 + P_1 q_1^2 + T_1 q_1$$

$$\frac{dC_1}{dq_1} = P_0 + 2P_1 q_1 + T_1$$

---

$$C_2(q_2) = (P_0 + P_1 q_2) q_2 + T_2 q_2$$

$$C_2(q_2) = P_0 q_2 + P_1 q_2^2 + T_2 q_2$$

$$\frac{dC_2}{dq_2} = P_0 + 2P_1 q_2 + T_2$$

$P_0 + T_0 \rightarrow$

VM2 facts,

4

$$\frac{dC_1}{dq_1} = \frac{dC_2}{dq_2}$$

$$\cancel{P_0} + 2P_1q_1 + T_1 = \cancel{P_0} + 2P_1q_2 + T_2$$

$$2P_1q_1 - 2P_1q_2 = T_2 - T_1$$

$$2P_1(q_1 - q_2) = T_2 - T_1$$

$$q_1 - q_2 = \frac{T_2 - T_1}{2P_1}$$

$$P(q_1) = P_0 + P_1q_1$$

$$P(q_2) = P_0 + P_1q_2$$

$$P(q_1) - P(q_2) = P_1(q_1 - q_2)$$

$$P(q_1) - P(q_2) = P_1 \frac{T_2 - T_1}{2P_1}$$

$$P(q_1) - P(q_2) = \frac{T_2 - T_1}{2}$$

$$\boxed{\Delta P = \frac{-\Delta T}{2}}$$

$$\left( \begin{array}{l} \Delta P = P(q_1) - P(q_2) \\ \Delta T = T_1 - T_2 \end{array} \right)$$

2 5

**Uppgift VM3 (maximalt 2.5 poäng):**

När vi studerade levererad massaved i norra Sverige så genomförde vi några regressionsanalyser. Bland annat bestämde vi denna funktion:

$$Q = 728,2527 - 272,9035 \cdot \ln(t-1994) + 0,976839 \cdot P$$

Q anges i tusentals kubikmeter (leveransvirke) m<sup>3</sup>fub och P anges i SEK per m<sup>3</sup>fub, realt pris, justerat till 2010 års prisnivå. Det aktuella året anges som t.

Använd den funktionen som utgångspunkt för att bestämma konstanterna p<sub>0</sub> och p<sub>1</sub> i denna funktion som ska gälla under 2011:

$$P = p_0 + p_1 \cdot Q$$

$$Q = 728,2527 - 272,9035 \ln(t-1994) + 0,976839 P$$

$$0,976839 P = -728,2527 + 272,9035 \underbrace{\ln(2011-1994)}_{2,833}$$

$$P = 46,007 + 1,0237 Q$$

4 6

**Uppgift LT1 (maximalt 5 poäng):**

Lager kan jämna ut transportflöden över tiden och optimala lager påverkas därför av transportkostnaderna. Ge en grundlig förklaring, med lämpligt valda formler, grafer och fullständigt förklarande text, till varför den genomsnittliga transportkostnaden blir lägre om vi har konstant transportvolym över tiden än om vi har stor variation i transportvolymen per vecka. Förklara grundligt hur detta påverkar de optimala lagren under olika veckor i någon typisk situation.

Förklara särskilt följande: Det optimala lagrets förändring under våren påverkas av storleken på konstanten  $k_1$  i formeln nedan. Hur? Visa med ett exempel hur den optimala lagerutvecklingen under våren bör se ut om  $k_1 = 0$  respektive om  $k_1$  har ett högt positivt värde.

Förutsättningar:

Just nu har vi den första februari.

Den första februari har vi ett mycket stort ingående lager vid bilväg.

$$T = k_0 + k_1 \cdot V$$

$T$  = Transportkostnad per kubikmeter under en viss vecka (för transport från väglager till industri). Vi antar att det finns en likadan transportkostnadsfunktion under varje vecka.

$k_0$  och  $k_1$  är två positiva konstanter.

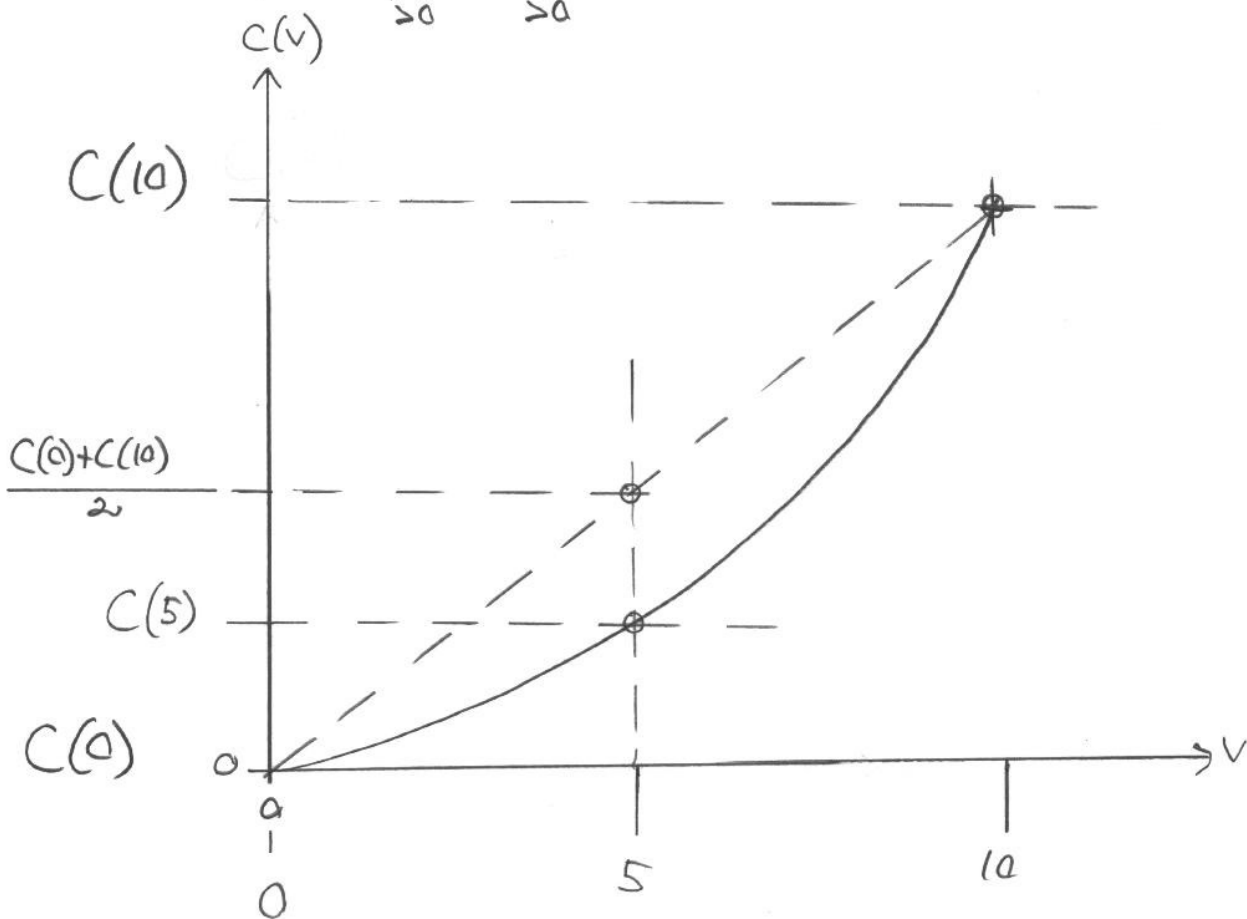
$V$  = Transporterad volym (kubikmeter) från väglager till industri under en vecka. Den transporterade volymen kan skilja sig åt över tiden, d.v.s. den är vanligen inte exakt lika stor under varje vecka.

LT1

7

$$C(v) = (k_0 + k_1 v) v$$

$$C(v) = \underbrace{k_0 v}_{>0} + \underbrace{k_1 v^2}_{>0}$$



$$C(5) < \frac{C(0) + C(10)}{2}$$

Detta illustrerar att jämna transporter blir billigare än oregelbundna transporter, om den totala transportvolymen är konstant och transportkostnadsfunktionen  $C(v)$  är strikt konvex, (d.v.s.  $\frac{d^2C}{dv^2} > 0$ )

( $C(v)$  är strikt konvex i detta fall om  $k_1 > 0$ .)

## LTI, forts.

Exempel.

Vi har ett mycket stort ingående bilvägslager  
2011-02-01.

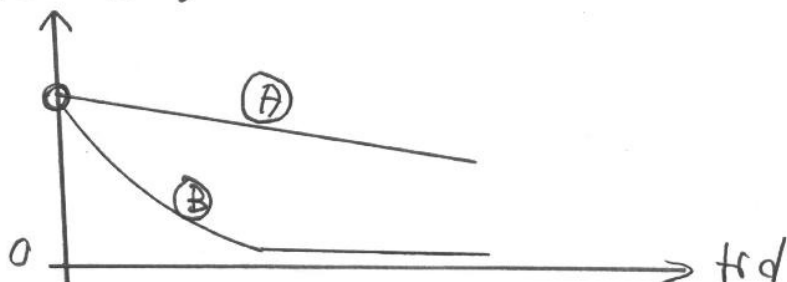
Vi har ambitionen att minska detta stora  
lager genom att vi transporterar det till  
fabrik.

Emellertid:

\* Om  $k_1$  har ett högt positivt värde, är det  
vieldigt dyrt att transportera mycket mer  
än vanligt i bussen  $\rightarrow$  gret (och mycket  
mindre senare). Därför minskar vi  
bilvägslaget långsamt. (FALL A)

\* Om  $k_1 = 0$  kan vi snabbt transportera  
allt vi önskar utan extra kostnader  
p.g.a. oregelbundna transporter. (Fall B.)

Opt. Bilvägslager





Uppgift LT2 (maximalt 5 poäng):

9

Under en gästföreläsning, 2011-11-10, presenterade Virkeschef Ulf Klensmeden, Stora Enso, ett antal aktuella virkesförsörjningsproblem. Bland annat beskrevs ett aktuellt läge när lagret av massaved hade blivit betydligt högre än vad man planerat för. En fråga var då vad man borde göra. Ett förslag var att sänka priset på massaved, vilket man också gjorde i verkligheten. I Skogsland, Nr 46, 11 november 2011, står följande:

Citat:

"Sänkt pris på massaved:

Stora Enso sänker från och med den 8 november massavedspriserna. Sänkningen blir 20 kronor per m<sup>3</sup>fub (fastkubikmeter under bark). Det innebär, för att ta ett exempel, att priset på barrmassaved i Gävleborg sänks från 320 kronor per m<sup>3</sup>fub till 300 kronor.

- Efter ett år med rekordhöga massavedspriser justerar vi nu ned priserna något. Justeringen är en anpassning till det rådande läget på virkesmarknaden, säger Ulf Klensmeden, virkeschef i Stora Enso Skog.
- En lägre kostnadsnivå på virkesråvaran förbättrar samtidigt förutsättningarna för Stora Ensos industrier.

Det är andra gången i år som Stora Enso sänker priserna på massaved. I september justerades priserna ned med cirka 10 kronor per m<sup>3</sup>fub, enligt Ulf Klensmeden.2

(Slut citat.)

Uppgift:

Ja, om  $P_1 > 0$ .

Förklara grundligt hur prissänkningen hänger ihop med det stora massavedslagret och Stora Ensos lagersituation. Är det en rimlig åtgärd att sänka massavedspriset? Varför?

Förklara grundligt hur denna prissänkning och dess effekter på lagren kan analyseras med hjälp av de olika lageroptimeringsmodeller som vi har studerat under kursen, särskilt "Lagerövning A" samt "Lagerövning B".

Om det är så att det är en rimlig åtgärd att sänka priset:

Vad säger detta i så fall om värdet på konstanten  $p_1$  i prisfunktionen

$$P(q) = p_0 + p_1 \cdot q$$

(Både i Lagerövning A och i Lagerövning B använde vi prisfunktioner av denna typ.)

$$P = P_0 + P_1 q$$

$$P_1 q = P - P_0$$

$$q = \underbrace{\left(\frac{1}{P_1}\right)}_{>0} P - \frac{P_0}{P_1}$$

Om vi vill minska  $q$  genom att sänka  $P$  så måste  $P_1 > 0$ .

Hur säker är massavedslagret?  
Dela kan vi öka industriproduktionen, vilket dock kanske inte är vare sig tekniskt möjligt eller lönsamt,  
Dela kan vi minska mängden genom att sänka priset, vilket också genomfördes.

6 10

**Uppgift LT3 (maximalt 5 poäng):**

**Bakgrund: "Optimala rundvirkeslager m.h.t. stokastiska leveransvariationer - Övning B"**

Central del av beräkningsprogrammet:

```
FOR t = tmax - 1 TO 0 STEP -1

FOR i = 0 TO imax
fopt = 99999
qopt(t, i) = 0

qmax = imax - i - 4
IF (qmax < 0) THEN qmax = 0

FOR q = 0 TO qmax

fev = a * s(i) + (p0 + p1 * q) * q

fev = fev + h * (i + s(i) - k + q)

fev = fev + d * (.1 * f(t + 1, (i + s(i) - k + q + 0)))
fev = fev + d * (.2 * f(t + 1, (i + s(i) - k + q + 1)))
fev = fev + d * (.4 * f(t + 1, (i + s(i) - k + q + 2)))
fev = fev + d * (.2 * f(t + 1, (i + s(i) - k + q + 3)))
fev = fev + d * (.1 * f(t + 1, (i + s(i) - k + q + 4)))

IF (fev < fopt) THEN qopt(t, i) = q
IF (fev < fopt) THEN f(t, i) = fev
IF (fev < fopt) THEN fopt = fev

NEXT q
NEXT i
NEXT t
```

LT3a

Förklara vad som menas med raden: " FOR q = 0 TO qmax " i programmet ovan!

Vi räknar ut det förväntade nuvärdet, för alternativa  
inräkningsalternativ, mellan 0 och qmax.

LT3b

I den centrala delen av beräkningsprogrammet (se ovan) finns denna rad:

"fopt = 99999"

Förklara grundligt varför den raden finns där och skriv svaret i rutan!

Vi strävar efter att finna det lägsta möjliga värdet på fopt. fopt = 99999 är vårt utgångsvärde. I takt med att bättre lösningar hittas, byts värdet på fopt.

LT3c

I programmet ovan finns denna rad:

"fev = a \* s(i) + (p0 + p1 \* q) \* q"

Där finns bl.a. konstanten "a".

Förklara hur de optimala besluten gällande lagring påverkas av om vi ökar värdet på konstanten "a". Varför påverkas de optimala lagren på detta sätt? Vad betyder det i verkligheten att a ökas?

Om a ökar så är det naturligt att öka lagret.  
a representerar priset vid akuta inköp till lagret.  
Om akuta inköp är mycket dyrbara vill vi med hög sannolikhet undvika sådana.  
Ju mer vi har i lagret, desto lägre är sannolikheten att lagret tar slut.