File = EK_GK_OM_Tentafragor Lohmander Peter 2010_03_02

TENTAMENSUPPGIFTER i MIKROTEORI

Från Peter Lohmander 2010-03-02

<u>UPPGIFT 1:</u>

Det finns ett särskilt samband mellan ATC's minpunkt och MC, som gäller under de förutsättningar som specificeras i denna fråga.

$TC(q) = C(q)$ = "Total cost" (= Total kostnad) som funktion av produktionsvolymen q

$MC(q) = M(q)$ = "Marginal cost" (= Marginalkostnad) som funktion av produktionsvolymen q

$ATC(q) = A(q)$ = "Average total cost" (= Genomsnittlig total kostnad) som funktion av produktionsvolymen q

F = "Fix cost" (= Fast kostnad)
$F > 0$

bq^2 = "Variable cost" (= Rörlig kostnad) som funktion av produktionsvolymen q
$b > 0$

1.a. Skriv ned vilket samband som gäller mellan ATC's minpunkt och MC !

1.b. Visa grundligt, med hjälp av derivering och andra beräkningar, vilket samband som gäller mellan ATC's minpunkt och MC !

<u>UPPGIFT 2</u>

Du har ett (lokalt) monopol som säljer hamburgare vid ingången till ett köpcentrum i Oslo.

Du vet mycket väl att det pris som Du tar per hamburgare påverkar hur många hamburgare som Du kan sälja per dag.

Du har testat hur det ligger till under några dagar, genom att sätta olika priser och se hur mycket Du får sälja. Du har sedan konstruerat Tabell 1..

<u>Tabell 1.</u>

Pris per hamburgare	80 NOK	160 NOK
Antal sålda hamburgare	200	120

Du har inga fasta kostnader för Din verksamhet.

Du kan få fram hur många hamburgare som helst till Ditt försäljningsställe om Du vill. Du har inga fysiska begränsningar alls i verksamheten. Din marginalkostnad per hamburgare, inklusive diskning och liknande, är 20 NOK .

Uppgifter:

2.a. Fastställ en enkel funktion som beskriver sambandet mellan pris, P, och antal sålda hamburgare, Q. Funktionen ska vara linjär. **Funktionen skall ge priset som funktion av antalet sålda hamburgare** (inte antalet sålda hamburgare som funktion av priset).

2.b. Fastställ en exakt **funktion som beskriver Din vinst per dag**, ”VINST”, som funktion av antalet sålda hamburgare per dag, Q.

2.c. Räkna ut exakt, med hjälp av derivering av vinstfunktionen, **hur många hamburgare per dag som Du bör sälja** för att maximera vinsten.

2.d. Räkna ut exakt **vilket pris Du bör ta** per hamburgare för att maximera vinsten **och vilken denna maximala vinst per dag är**.

Facit 1.

Facit 1.a.
Marginalkostnaden är lika med den genomsnittliga totala kostnaden när vi har valt just den produktionsvolym som minimerar den genomsnittliga totala kostnaden.

Facit 1.b.

Enligt en variant av lärobokens mer eller mindre generella text så kan man visa allt med dessa ekvationer:

$$\frac{dTC}{dq} = \frac{d\left(q \bullet ATC\right)}{dq} = q\frac{dATC}{dq} + ATC\frac{dq}{dq}$$

$$MC = \frac{dTC}{dq} = q\frac{dATC}{dq} + ATC$$

När vi minimerar ATC så är derivatan av ATC med avseende på q lika med noll.
Därför får vi denna formel, vilken vi var ute efter att ta fram:

$$MC = ATC$$

Facit 1.b. (Lohmanders variant med använddning av de aktuella uppgifterna)
(Denna variant kan vara intressant om man vill kontrollera vad olika funktionsformer kan tänkas betyda för resultaten. Under mina föreläsningar så visade jag som bekant att man inte alltid får de resultat som man förväntar sig om de olika delarna av kostnadsuttrycken har olika funktionsformer.)

$$A(q) = ATC(q) = \frac{F + bq^2}{q}$$

$$A(q) = Fq^{-1} + bq$$

$$C(q) = TC(q) = F + bq^2$$

$$M(q) = MC(q) = C'(q) = 2bq$$

Låt oss minimera ATC!

Derivatan av A med avseende på q måste vara noll.

$$A'(q) = -Fq^{-2} + b = 0$$

Då kan vi bestämma värdet på q ur denna ekvation.

$$b = \frac{F}{q^2}$$

$$q^2 = \frac{F}{b}$$

Vi har (i princip) en positiv och en negativ lösning till denna ekvation. Eftersom vi bara bryr oss om positiv produktion (vi kan ju inte gärna producera negativa kvantiteter!) så får vi denna lösning:

$$q = \sqrt{\frac{F}{b}}$$

Detta värde representerar ett unikt minimum, eftersom andraderivatan är strikt positiv, vilket vi ser nedan.

$$A''(q) = 2Fq^{-3} > 0$$

Vilket värde har ATC(q) = A(q) i minpunkten?

$$A(q) = Fq^{-1} + bq$$

$$A(\sqrt{\frac{F}{b}}) = \frac{F}{\sqrt{\frac{F}{b}}} + b\sqrt{\frac{F}{b}}$$

$$A(\sqrt{\frac{F}{b}}) = 2\sqrt{bF}$$

Vilket värde har MC(q) (= M(q)) när ATC(q) (= A(q)) minimeras?

$$M(q) = C'(q) = 2bq$$

$$M(\sqrt{\frac{F}{b}}) = C'(\sqrt{\frac{F}{b}}) = 2b\sqrt{\frac{F}{b}} = 2\sqrt{bF}$$

Vi har nu räknat ut att marginalkostnaden är exakt lika med den genomsnittliga totala kostnaden när vi har valt just den produktionsvolym som minimerar den genomsnittliga totala kostnaden.

Facit 2.

Facit 2.a.

Vi ska ha en linjär funktion för priset som funktion av kvantiteten.

P = a + bq

Vi sätter in de aktuella siffrorna.

80 = a + b200
160 = a + b120

Vi får då följande ekvationssystem.

a + 200b = 80
a + 120b = 160

Vi kan lösa ut a ur bägge ekvationerna:

a = 80 – 200b
a = 160 – 120b

Då får vi följande ekvation:

160 – 120b = 80 – 200b

Den kan skrivas om så här:

80b = -80

Då får vi fram värdet på b:

b = -1

Vi kan sedan lösa ut värdet på a:

a = 80 – 200b

a = 80 – 200(-1)

a = 80 + 200

a = 280

Nu vet vi hur ekvationen ska se ut:

P = a + bq

P = 280 –q

$$P(q) = 280 - q$$

Facit 2b.

$VINST = P(q)q - 20q$

$VINST = (280 - q)q - 20q$

$VINST = 280q - q^2 - 20q$

$$VINST = \left(260q - q^2\right) NOK$$

Facit 2c.

Bestämning av optimum:

$\frac{d(VINST)}{dq} = 260 - 2q = 0$

$260 = 2q$

$q = 130$

Det visar sig att optimum är ett unikt maximum eftersom andraderivatan är strikt negativ.

$\frac{d^2(VINST)}{dq^2} = -2 < 0$

Vi bör alltså sälja 130 hamburgare per dag!

Facit 2d.

P = 280 –q

P = 280 – 130

P = 150

Priset bör alltså vara 150 NOK per hamburgare!

$VINST = \left(260 * 130 - (130)^2\right) NOK / DAG$

$$VINST = 16900\ NOK / DAG$$