

Exempel på tillämpad portföljoptimering

Av Peter Lohmander 2009-09-10

Orientering

Detta dokument illustrerar metodiken för portföljoptimering. Det är framtaget som en första version av ett *diskussionsunderlag* vid Skogsakademikernas styrelsemöte i Tyresta nationalpark, September 2009. (Det är möjligt att partiella revisioner kommer att genomföras. Alla förslag till rationella förtydliganden eller andra förbättringar av texten mottages tacksamt! Observera också att avsikten inte har varit att skriva en formell rapport i detta skede utan endast att ta fram ett någorlunda informativt diskussionsunderlag.)

Man kan antingen:

Maximera portföljens förväntade avkastning med hänsyn till att variansen inte får överstiga en fastställd nivå,

eller,

Minimera variansen i portföljens avkastning m.h.t. att den förväntade avkastningen inte för understiga en fastställd nivå.

Som underlag vid optimeringen behöver man tillgång till olika aktiers förväntade avkastningar samt dessa aktiers avkastningars kovarianstabell. I detta dokument visas hur man kan ta fram sådan information via aktiekursinformation från Internet samt kalkyler i Excel. Som underlag har verklig aktiekursinformation från 2002 – 2009 använts. Själva optimeringen genomförs gärna i programspråket ”Lingo” eller annat programspråk av motsvarande typ. Detta dokument innehåller två kompletta exempel i Lingo. I exemplen visas hur man bör anpassa portföljens fördelning mellan olika aktier till ägarnas synpunkter på förväntad avkastning och avkastningens varians.

I ett exempel där vi kräver 24% förväntad avkastning bör vi ha denna portfölj:

ALFA LAVAL	49%
ELEKTA B	39%
SCA B	12%

Då blir portföljens varians blir då 0.4420426E-01 och **standardavvikelse 21.0%**.

I ett exempel där vi kräver 15% förväntad avkastning bör vi ha denna portfölj:

ALFA LAVAL	20%
ELEKTA B	32%
SCA B	48%

Då blir portföljens varians 0.2910023E-01 och **standardavvikelse 17.1%**.

Observera

Det är viktigt att utdelningar och eventuella förvaltningsavgifter beaktas i avkastningsberäkningarna, något som ej har gjorts i dessa illustrationer. Därför utgör de exempel som vi ser i detta dokument endast exempel. De är ej slutgiltiga rekommendationer för hur man bör investera sina pengar. Varianser och standardavvikelser har i Lingo-programmet beräknats med det antal frihetsgrader som motsvarar antalet observationer. Detta kan ifrågasättas och enkelt ändras. Det påverkar emellertid ej det optimala portföljvalet.

ALFA LAVAL



ELEKTA B



SCA B



Källa för diagrammen:

[http://public.fsb.solutions.six.se/fsb.public/site/public/overview.page?magic=\(\)](http://public.fsb.solutions.six.se/fsb.public/site/public/overview.page?magic=())

(Diagrammen är hämtade via Internet 2009-09-10. Från diagrammen har även informationen hämtats till de kurstabeller vilka finns i detta dokument. De data som tabellerna redovisar gäller ”den nionde september” de olika åren (alternativt de dagar som figurerna redovisar som ligger närmast efter ”den nionde september”). Observera särskilt att utdelningar och förvaltningsavgifter m.m. ej har beaktas i tabeller eller figurer i detta dokument. Sådana saker är givetvis väldigt viktiga i en verklig analys. Observera också att vi inte utan vidare kan förutsätta att de tre företagens aktier kommer att ha samma egenskaper under kommande decennier som under perioden 2002 – 2009. Det är fullt möjligt att såväl förväntade avkastningar som kovarianstabeller kommer att ha andra egenskaper i framtiden. Emellertid ska vi vara medvetna om att exakt information om framtida förhållanden aldrig kommer att vara tillgänglig i förväg.

Den som vill läsa mer om portföljvalsoptimering bör studera dessa länkar:

http://en.wikipedia.org/wiki/Henry_Markovitz

samt

Markowitz, H.M. (March 1952). "Portfolio Selection". *The Journal of Finance* 7 (1): 77–91.

<http://dx.doi.org/10.2307%2F2975974>

Optimering med tre olika aktier och krav på förväntad kursökning om 24%

MODEL:

SETS:

```
STOCKS: AVG_RET, WEIGHT;
DAYS;
SXD( DAYS, STOCKS): RETURN;
SXS( STOCKS, STOCKS): COVR, CORR;
```

ENDSETS

DATA:

```
DAYS = 1..7;
TARGET = .24;
STOCKS = ALFALAVAL ELEKTA_B SCA_B;
RETURN =
    0.267    0.475   -0.028
    0.085    0.198   -0.057
    0.273    1.109   -0.028
    0.760    0.142    0.190
    0.622   -0.152    0.141
   -0.218    0.161   -0.403
    0.080   -0.012    0.312
```

;

ENDDATA

CALC:

!Average annual return for each stock;

```
@FOR( STOCKS( S):
  AVG_RET( S) =
    ( @SUM( SXD( D, S): RETURN( D, S)) /
      @SIZE( DAYS))
);
```

!Covariance matrix;

```
@FOR( SXS( S1, S2):
  COVR( S1, S2) =
    @SUM( DAYS( D):( RETURN( D, S1) - AVG_RET( S1)) *
      ( RETURN( D, S2) - AVG_RET( S2))) / @SIZE( DAYS)
);
```

!Although not required, compute the correlation matrix;

```
@FOR( SXS( S1, S2):
  CORR( S1, S2) = COVR( S1, S2) /
    ( COVR( S1, S1) * COVR( S2, S2))^.5;
);
```

ENDCALC

!Minimize the risk of the portfolio

(i.e., its variance);

```
[R_OBJ] MIN = @SUM( SXS( S1, S2):
  WEIGHT( S1) * WEIGHT( S2) * COVR( S1, S2));
```

!Must be fully invested;

```
[R_BUDGET] @SUM( STOCKS: WEIGHT) = 1;
```

!Must exceed target return;

```
[R_TARGET] @SUM( STOCKS: AVG_RET * WEIGHT) >= TARGET;
```

END

Local optimal solution found.

Objective value: 0.4420426E-01
 Infeasibilities: 0.1249001E-15
 Extended solver steps: 2
 Total solver iterations: 19

Variable	Value	Reduced Cost
TARGET	0.2400000	0.000000
AVG_RET(ALFALAVAL)	0.2670000	0.000000
AVG_RET(ELEKTA_B)	0.2744286	0.000000
AVG_RET(SCA_B)	0.1814286E-01	0.000000
WEIGHT(ALFALAVAL)	0.4933356	0.000000
WEIGHT(ELEKTA_B)	0.3866273	0.000000
WEIGHT(SCA_B)	0.1200371	0.000000
RETURN(1, ALFALAVAL)	0.2670000	0.000000
RETURN(1, ELEKTA_B)	0.4750000	0.000000
RETURN(1, SCA_B)	-0.2800000E-01	0.000000
RETURN(2, ALFALAVAL)	0.8500000E-01	0.000000
RETURN(2, ELEKTA_B)	0.1980000	0.000000
RETURN(2, SCA_B)	-0.5700000E-01	0.000000
RETURN(3, ALFALAVAL)	0.2730000	0.000000
RETURN(3, ELEKTA_B)	1.109000	0.000000
RETURN(3, SCA_B)	-0.2800000E-01	0.000000
RETURN(4, ALFALAVAL)	0.7600000	0.000000
RETURN(4, ELEKTA_B)	0.1420000	0.000000
RETURN(4, SCA_B)	0.1900000	0.000000
RETURN(5, ALFALAVAL)	0.6220000	0.000000
RETURN(5, ELEKTA_B)	-0.1520000	0.000000
RETURN(5, SCA_B)	0.1410000	0.000000
RETURN(6, ALFALAVAL)	-0.2180000	0.000000
RETURN(6, ELEKTA_B)	0.1610000	0.000000
RETURN(6, SCA_B)	-0.4030000	0.000000
RETURN(7, ALFALAVAL)	0.8000000E-01	0.000000
RETURN(7, ELEKTA_B)	-0.1200000E-01	0.000000
RETURN(7, SCA_B)	0.3120000	0.000000
COVR(ALFALAVAL, ALFALAVAL)	0.9606114E-01	0.000000
COVR(ALFALAVAL, ELEKTA_B)	-0.1273957E-01	0.000000
COVR(ALFALAVAL, SCA_B)	0.4157743E-01	0.000000
COVR(ELEKTA_B, ALFALAVAL)	-0.1273957E-01	0.000000
COVR(ELEKTA_B, ELEKTA_B)	0.1481237	0.000000
COVR(ELEKTA_B, SCA_B)	-0.2193849E-01	0.000000
COVR(SCA_B, ALFALAVAL)	0.4157743E-01	0.000000
COVR(SCA_B, ELEKTA_B)	-0.2193849E-01	0.000000
COVR(SCA_B, SCA_B)	0.4546384E-01	0.000000
CORR(ALFALAVAL, ALFALAVAL)	1.000000	0.000000
CORR(ALFALAVAL, ELEKTA_B)	-0.1067994	0.000000
CORR(ALFALAVAL, SCA_B)	0.6291449	0.000000
CORR(ELEKTA_B, ALFALAVAL)	-0.1067994	0.000000
CORR(ELEKTA_B, ELEKTA_B)	1.000000	0.000000
CORR(ELEKTA_B, SCA_B)	-0.2673385	0.000000
CORR(SCA_B, ALFALAVAL)	0.6291449	0.000000
CORR(SCA_B, ELEKTA_B)	-0.2673385	0.000000
CORR(SCA_B, SCA_B)	1.000000	0.000000
Row	Slack or Surplus	Dual Price
R_OBJ	0.4420426E-01	-1.000000
R_BUDGET	0.000000	-0.3060417E-01
R_TARGET	0.000000	-0.2408514

Optimering med tre olika aktier och krav på förväntad kursökning om 15%

MODEL:

SETS:

```
STOCKS: AVG_RET, WEIGHT;
DAYS;
SXD( DAYS, STOCKS): RETURN;
SXS( STOCKS, STOCKS): COVR, CORR;
```

ENDSETS

DATA:

```
DAYS    = 1..7;
TARGET  = .15;
STOCKS  =   ALFALAVAL  ELEKTA_B  SCA_B;
RETURN  =   0.267      0.475     -0.028
            0.085      0.198     -0.057
            0.273      1.109     -0.028
            0.760      0.142      0.190
            0.622     -0.152      0.141
            -0.218     0.161     -0.403
            0.080     -0.012      0.312
```

;

ENDDATA

CALC:

!Average annual return for each stock;

```
@FOR( STOCKS( S):
  AVG_RET( S) =
    ( @SUM( SXD( D, S): RETURN( D, S)) /
      @SIZE( DAYS))
);
```

!Covariance matrix;

```
@FOR( SXS( S1, S2):
  COVR( S1, S2) =
    @SUM( DAYS( D):( RETURN( D, S1) - AVG_RET( S1)) *
          ( RETURN( D, S2) - AVG_RET( S2))) / @SIZE( DAYS)
);
```

!Although not required, compute the correlation matrix;

```
@FOR( SXS( S1, S2):
  CORR( S1, S2) = COVR( S1, S2) /
    ( COVR( S1, S1) * COVR( S2, S2))^0.5;
);
```

ENDCALC

!Minimize the risk of the portfolio

(i.e., its variance);

```
[R_OBJ] MIN = @SUM( SXS( S1, S2):
  WEIGHT( S1) * WEIGHT( S2) * COVR( S1, S2));
```

!Must be fully invested;

```
[R_BUDGET] @SUM( STOCKS: WEIGHT) = 1;
```

!Must exceed target return;

```
[R_TARGET] @SUM( STOCKS: AVG_RET * WEIGHT) >= TARGET;
```

END

Local optimal solution found.

Objective value:	0.2910023E-01
Infeasibilities:	0.1665335E-15
Extended solver steps:	2
Total solver iterations:	24

Variable	Value	Reduced Cost
TARGET	0.1500000	0.000000
AVG_RET(ALFALAVAL)	0.2670000	0.000000
AVG_RET(ELEKTA_B)	0.2744286	0.000000
AVG_RET(SCA_B)	0.1814286E-01	0.000000
WEIGHT(ALFALAVAL)	0.1959774	0.000000
WEIGHT(ELEKTA_B)	0.3241959	0.000000
WEIGHT(SCA_B)	0.4798267	0.000000
RETURN(1, ALFALAVAL)	0.2670000	0.000000
RETURN(1, ELEKTA_B)	0.4750000	0.000000
RETURN(1, SCA_B)	-0.2800000E-01	0.000000
RETURN(2, ALFALAVAL)	0.8500000E-01	0.000000
RETURN(2, ELEKTA_B)	0.1980000	0.000000
RETURN(2, SCA_B)	-0.5700000E-01	0.000000
RETURN(3, ALFALAVAL)	0.2730000	0.000000
RETURN(3, ELEKTA_B)	1.109000	0.000000
RETURN(3, SCA_B)	-0.2800000E-01	0.000000
RETURN(4, ALFALAVAL)	0.7600000	0.000000
RETURN(4, ELEKTA_B)	0.1420000	0.000000
RETURN(4, SCA_B)	0.1900000	0.000000
RETURN(5, ALFALAVAL)	0.6220000	0.000000
RETURN(5, ELEKTA_B)	-0.1520000	0.000000
RETURN(5, SCA_B)	0.1410000	0.000000
RETURN(6, ALFALAVAL)	-0.2180000	0.000000
RETURN(6, ELEKTA_B)	0.1610000	0.000000
RETURN(6, SCA_B)	-0.4030000	0.000000
RETURN(7, ALFALAVAL)	0.8000000E-01	0.000000
RETURN(7, ELEKTA_B)	-0.1200000E-01	0.000000
RETURN(7, SCA_B)	0.3120000	0.000000
COVR(ALFALAVAL, ALFALAVAL)	0.9606114E-01	0.000000
COVR(ALFALAVAL, ELEKTA_B)	-0.1273957E-01	0.000000
COVR(ALFALAVAL, SCA_B)	0.4157743E-01	0.000000
COVR(ELEKTA_B, ALFALAVAL)	-0.1273957E-01	0.000000
COVR(ELEKTA_B, ELEKTA_B)	0.1481237	0.000000
COVR(ELEKTA_B, SCA_B)	-0.2193849E-01	0.000000
COVR(SCA_B, ALFALAVAL)	0.4157743E-01	0.000000
COVR(SCA_B, ELEKTA_B)	-0.2193849E-01	0.000000
COVR(SCA_B, SCA_B)	0.4546384E-01	0.000000
CORR(ALFALAVAL, ALFALAVAL)	1.000000	0.000000
CORR(ALFALAVAL, ELEKTA_B)	-0.1067994	0.000000
CORR(ALFALAVAL, SCA_B)	0.6291449	0.000000
CORR(ELEKTA_B, ALFALAVAL)	-0.1067994	0.000000
CORR(ELEKTA_B, ELEKTA_B)	1.000000	0.000000
CORR(ELEKTA_B, SCA_B)	-0.2673385	0.000000
CORR(SCA_B, ALFALAVAL)	0.6291449	0.000000
CORR(SCA_B, ELEKTA_B)	-0.2673385	0.000000
CORR(SCA_B, SCA_B)	1.000000	0.000000
Row	Slack or Surplus	Dual Price
R_OBJ	0.2910023E-01	-1.000000
R_BUDGET	0.000000	-0.4398144E-01
R_TARGET	0.000000	-0.9479353E-01

Stock studies 090910

Peter Lohmander 2009_09-10

Source: [http://public.fsb.solutions.six.se/fsb.public/site/public/overview.page?magic=\(\)](http://public.fsb.solutions.six.se/fsb.public/site/public/overview.page?magic=())

(All dates are September 09 or the next reported day)

	ALFA LAVAL	ELEKTA B	SCA B
YEAR	PA	PE	PS
2	19,63	30,18	102,5
3	24,88	44,53	99,67
4	27	53,33	94
5	34,38	112,49	91,33
6	60,5	128,5	108,67
7	98,13	109	124
8	76,75	126,5	74
9	82,9	125	97,1

YEAR	DPA	DPE	DPS
2	5,25	14,35	-2,83
3	2,12	8,8	-5,67
4	7,38	59,16	-2,67
5	26,12	16,01	17,34
6	37,63	-19,5	15,33
7	-21,38	17,5	-50
8	6,15	-1,5	23,1
9			

YEAR	RDPA	RDPE	RDPS
2	0,267447784	0,475480451	-0,027609756
3	0,085209003	0,197619582	-0,05688773
4	0,273333333	1,109319332	-0,028404255
5	0,759744037	0,142323762	0,189860944
6	0,621983471	-0,151750973	0,141069292
7	-0,217874248	0,160550459	-0,403225806
8	0,080130293	-0,011857708	0,312162162
9			

Correlations

	<i>RDPA</i>	<i>RDPE</i>	<i>RDPS</i>
<i>RDPA</i>	1		
<i>RDPE</i>	-0,10579301	1	
<i>RDPS</i>	0,628929197	-0,267156033	1

Covariances

	<i>RDPA</i>	<i>RDPE</i>	<i>RDPS</i>
<i>RDPA</i>	0,095988774		
<i>RDPE</i>	0,012617857	0,148196105	
<i>RDPS</i>	0,041563148	-0,021937131	0,045498062

RDPA

Mean	0,267139096
Standard Error	0,12648371
Median	0,267447784
Mode	#N/A
Standard Deviation	0,334644443
Sample Variance	0,111986903

RDPE

Mean	0,274526415
Standard Error	0,157160271
Median	0,160550459
Mode	#N/A
Standard Deviation	0,415806994
Sample Variance	0,172895456

RDPS

Mean	0,018137836
Standard Error	0,087080482
Median	0,027609756
Mode	#N/A
Standard Deviation	0,2303933
Sample Variance	0,053081073